

## AULA 1

**Disciplina: Geometria Espacial e Medidas**

**Professora: Dra. Fabíola A. Sperotto**

**Tutoras: Sabrina e Carolina**

**Ementa: Unidades de Medidas; Retas, Planos; Teorema da Incidência; Poliedros e Teorema de Euler; Poliedros Platônicos; Planificação; Medidas de Áreas e Volumes.**

### AULA 1- Unidades de Medidas

#### Objetivos da aula 1:

O estudo desta unidade tem com objetivo fornecer informações sobre as grandezas: comprimento, área e volume, as quais serão constantemente utilizadas no estudo da Geometria que será objeto de estudo das próximas aulas.

Para a aula 1 você pode consultar a página: [www.somatematica.com.br/efund2.php](http://www.somatematica.com.br/efund2.php), procurar os links de medidas de superfície, de volume, de capacidade, de massa, de tempo e de comprimento, para complementar seu estudo e ajudar na resolução de exercícios.

Como leitura complementar, a monografia: A Importância das Medidas para a Sociedade, postado no site [www.somatematica.com.br/trabalhos.php#](http://www.somatematica.com.br/trabalhos.php#)

#### Unidades de Medidas

O que é medida?

Medir é uma grandeza que significa comparar essa grandeza com uma outra da mesma espécie, escolhida como unidade de medida.

As unidades de medida padrão que nós utilizamos com maior frequência são o **grama**, o **litro** e o **metro**, assim como o **metro quadrado** e o **metro cúbico**.

## Fatos históricos

No início, cada povo adotava um sistema próprio de unidades, o que evidentemente, gerava muita confusão. De uma forma geral, tomava-se como unidade de medida alguma dimensão do corpo humano. Assim, surgiram o pé, o palmo, a jarda, a braça, a polegada, o cúbito, etc. Por exemplo, a Jarda inglesa é a unidade de medida de comprimento equivalente à distância entre a ponta do nariz do rei Henrique I e a ponta de seu dedo indicador, com o braço esticado.

O sistema métrico surgiu durante a Revolução Francesa, quando o governo revolucionário decidiu criar um sistema de pesos e medidas. Decidiram nomear cinco matemáticos para resolver o problema, a comissão propôs então como unidade fundamental de medida de comprimento, a décima milionésima parte do comprimento correspondente à distância que vai do Pólo Norte ao Equador, medida sobre um meridiano. No entanto essa unidade, chamada de metro tornou-se pouco prática.

Mas em 1875 o governo francês reuniu uma comissão internacional de cientistas, com a finalidade de analisar e reconsiderar a unidade criada. A comissão resolveu definir a unidade de medida de comprimento, o metro, como a distância entre duas marcas feitas numa peça de platina e irídio chamada metro padrão.

## Definição

O Sistema Métrico decimal pode ser definido como o conjunto de unidades derivadas do metro, que aumentam e diminuem segundo potências de base dez.

Os nomes das unidades maiores e menores que o metro são obtidos através de prefixos que indicam quantas vezes elas são maiores ou menores que o metro.

## Unidades de Medida

Dependendo da unidade de medida que estamos utilizando, a unidade em si ou é muito grande ou muito pequena, por isso então utilizamos os seus múltiplos ou submúltiplos. O **grama** geralmente é uma unidade muito pequena para o uso cotidiano, por isto em geral utilizamos o **quilograma**, assim como em geral utilizamos o **mililitro** ao invés da própria unidade **litro**, quando o assunto é bebidas por exemplo.

Se estamos interessados em saber a quantidade de líquido que cabe em um recipiente, na verdade estamos interessados em saber a sua **capacidade**. O volume interno de um recipiente é chamado de **capacidade**. A unidade de medida utilizada na medição de capacidades é o **litro**.

Se estivéssemos interessados em saber o **volume** do recipiente em si, a unidade de medida utilizada nesta medição seria o **metro cúbico**.

Para medirmos um terreno, para a construção de uma casa é necessário que saibamos a **área** deste terreno. Áreas são medidas em **metros quadrados**.

Para sabermos o **comprimento** de uma corda, é necessário que a meçamos. Nesta medição a unidade de medida utilizada será o **metro**.

Se você for fazer um saboroso bolo de chocolate, precisará comprar cacau e o mesmo será pesado para medirmos a **massa** desejada. A unidade de medida de **massa** é o **grama**.

Agora vamos analisar cada uma das unidades.

Iniciamos com a unidade de comprimento:

### Unidades de Comprimento

A unidade fundamental é o metro (m). Unidades maiores e menores foram também criadas e denominadas unidades *múltiplas* e *submúltiplas* do metro. Os nomes dessas unidades apresentam um prefixo que indica quantas vezes ela é maior ou menor. Os múltiplos e submúltiplos mais frequentemente utilizados estão expostos na tabela a seguir:

Unidade Fundamental		
Nome	Valor	Símbolo
Metro	1 vez o metro	m

Múltiplos		
Nome	Valor	Símbolo
Quilometro	1000 vezes a unidade	km
Hectômetro	100 vezes a unidade	hm
Decâmetro	10 vezes a unidade	dam

Submúltiplos		
Nome	Valor	Símbolo
Decímetro	Décima parte da unidade (0,1m)	dm
Centímetro	Centésima parte da unidade (0,01m)	cm
Milímetro	Milésima parte da unidade (0,001m)	mm

Leitura: Veja o seguinte exemplo:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	2,	3	6			
Dois hectômetros e trinta e seis metros						
Ou: Dois hectômetros, três decâmetros e seis metros.						

0,04km:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0,	0	4				
Quatro decâmetros.						
Ou: Quatro centésimos de quilômetro.						

### Unidades de Área

No sistema métrico, a unidade de medida fundamental de área é o metro quadrado. Símbolo ( $m^2$ ).

Unidades Múltiplas do Metro quadrado	
Nome	Símbolo
Quilômetro quadrado	$km^2$
Hectômetro quadrado	$hm^2$
Decâmetro quadrado	$dam^2$
Unidade Fundamental	
Metro quadrado	$m^2$
Unidades Submúltiplas do Metro quadrado	
Decímetro quadrado	$dm^2$
Centímetro quadrado	$cm^2$
Milímetro quadrado	$mm^2$

Leitura:

$\text{km}^2$	$\text{hm}^2$	$\text{dam}^2$	$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
				23,	52	
Vinte e três decímetros quadrados e cinquenta e dois centésimos de decímetro quadrado. Ou: Vinte e três decímetros quadrados e cinquenta e dois centímetros quadrados.						

### Unidade de Capacidade

Capacidade é o volume interno do recipiente. Símbolo (l).

Unidades Múltiplas do Litro	
Nome	Símbolo
Quilolitro	kl
Hectolitro	hl
Decalitro	dal
Unidade Fundamental	
Litro	l
Unidades Submúltiplas do Litro	
Decilitro	dl
Centilitro	cl
Mililitro	ml

### Unidade de Volume

Volume é uma grandeza que corresponde à medida do espaço ocupado por um corpo. Símbolo ( $\text{m}^3$ ).

Unidades Múltiplas do Metro Cúbico	
Nome	Símbolo
Quilômetro cúbico	$\text{km}^3$
Hectômetro cúbico	$\text{hm}^3$
Decâmetro cúbico	$\text{dam}^3$
Unidade Fundamental	

Metro cúbico	m <sup>3</sup>
Unidades Submúltiplas do Metro Cúbico	
Decímetro cúbico	dm <sup>3</sup>
Centímetro cúbico	cm <sup>3</sup>
Milímetro cúbico	mm <sup>3</sup>

### Unidade de Massa

**Massa** é a quantidade de matéria que um corpo possui, sendo, portanto, constante em qualquer lugar da terra ou fora dela.

Observação: A palavra *grama*, empregada no sentido de *unidade de medida de massa de um corpo*, é um substantivo masculino. Assim 200g, lê-se "**duzentos gramas**".

Unidades Múltiplas do Grama	
Nome	Símbolo
Quilograma	kg
Hectograma	hg
Decagrama	dag
Unidade Fundamental	
Gramas	g
Unidades Submúltiplas do Litro	
Decigrama	dg
Centigrama	cg
Miligrama	mg

## Conversões

A tabela a seguir apresenta as principais unidades de medida, seus múltiplos e submúltiplos do **Sistema Métrico Decimal**, segundo o **Sistema Internacional de Unidades - SI**:

Medida de	Grandeza	Fator	Múltiplos			Unidade	Submúltiplos		
Comprimento	Metro	10	km	hm	dam	m	dm	cm	Mm
Área	Metro quadrado	100	km <sup>2</sup>	hm <sup>2</sup>	dam <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	dm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
Capacidade	Litro	10	kl	hl	dal	l	dl	cl	ML
Volume	Metro cúbico	1000	km <sup>3</sup>	hm <sup>3</sup>	dam <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>
Massa	Gramma	10	kg	hg	dag	g	dg	cg	MG
Conversão			→×	→×	→×	→×	→×	→×	→×
			÷←	÷←	÷←	÷←	÷←	÷←	÷←

Observe que as setas que apontam para a direita indicam uma multiplicação pelo fator multiplicador (10, 100 ou 1000 dependendo da unidade de medida), assim como as setas que apontam para a esquerda indicam uma divisão também pelo fator.

A conversão de uma unidade para outra unidade dentro da mesma grandeza é realizada multiplicando-se ou dividindo-se o seu valor pelo fator de conversão, dependendo da unidade original estar à esquerda ou à direita da unidade a que se pretende chegar, tantas vezes quantos forem o número de níveis de uma unidade a outra. Veja os exemplos.

Exemplos de conversões:

12,3hm ⇔ 1230 m, isto é,  $12,3 \times 100 = 1230$ . (Como o fator é 10 e a unidade hectômetro está localizada há duas colunas à esquerda da unidade metro).

2l em ml: 2000 ml, isto é,  $2 \times 1000 = 2000$ . (a unidade litro está à esquerda da unidade mililitro).

2,3l em hl: 0,023 hl, isto é,  $2,3 \div 100 = 0,023$ .

Exemplos:

1. Leitura:

- 0,6m: Seis décimos ou Seis décimos de metro.
- 0,03dam: Três décimos ou Três centésimos de decâmetro.
- 2.004km<sup>2</sup>: Dois quilômetros quadrados e quatro milésimos de quilometro quadrado ou Dois quilômetros quadrados e quarenta decâmetros quadrados.
- 0,001dm<sup>2</sup>: Um milésimo de décímetro quadrado ou Dez milímetros quadrados.

- e)  $0,02\text{cm}^3$ : Vinte milímetros cúbicos.
- f)  $15,3\text{dl}$ : Quinze decilitros e três centilitros ou Quinze decilitros e três décimos de decilitro.
- g)  $0,0007\text{kg}$ : Sete decigramas.

2. Converter em metros (m):

- a)  $0,52\text{km}$ :  $520\text{m}$  (usando a tabela acima  $0,52 \times 1000 = 520$ )
- b)  $0,005\text{hm}$ :  $0,5\text{m}$
- c)  $247,5\text{dam}$ :  $2475\text{m}$

3. Converter para a unidade imediatamente superior:

- a)  $2,1\text{dm}$ :  $0,21\text{m}$  ( $2,1 \div 10 = 0,21$ )
- b)  $132,4\text{dam}$ :  $13,24\text{hm}$
- c)  $1230,7\text{mm}$ :  $123,07\text{cm}$

4. Faça as conversões:

- a)  $1025,15\text{m}^2$  em  $\text{hm}^2$ :  $0,102515\text{hm}^2$  ( $1025,15 \div 10000 = 0,102515$ )
- b)  $23,2\text{cm}^2$  em  $\text{m}^2$ :  $0,00232\text{m}^2$
- c)  $20000\text{dam}^2$  em  $\text{km}^2$ :  $2\text{km}^2$
- d)  $1,2\text{ km}^2$  em  $\text{dam}^2$ :  $1200\text{dam}^2$
- e)  $3,1407\text{dm}^3$  em  $\text{cm}^3$ :  $3140,7\text{cm}^3$
- f)  $2\text{m}^3$  em  $\text{mm}^3$ :  $2000000000\text{mm}^3$
- g)  $1,52\text{dl}$  em  $\text{ml}$ :  $152\text{ml}$
- h)  $0,08\text{dag}$  em  $\text{mg}$ :  $800\text{g}$

Observações:

1. Associação entre unidades de volume e capacidade: Para converter unidades de volume em unidades de capacidade, lembrar que  $1\text{dm}^3 \Leftrightarrow 1\text{l}$ . Assim,



$\text{km}^3$	$\text{hm}^3$	$\text{dam}^3$	$\text{m}^3$	$\text{dm}^3$	$\text{cm}^3$	$\text{mm}^3$
			kl	l	ml	

Converter  $3,25\text{m}^3$  em  $l$ :  $3250\text{l}$ . (usando a tabela de conversão acima  $3,25 \times 1000 = 3250$ ).

2. Associação entre unidades de volume, capacidade e massa: Para água pura a  $4^\circ\text{C}$ , valem as seguintes associações:

		x 1000	
Volume	m <sup>3</sup>	dm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>
Capacidades	kl	l	ml
Massa	Tonelada(t)	kg	G
		: 1000	

Exemplo:  $6m^3 \Leftrightarrow 6kl \Leftrightarrow 6t \Leftrightarrow 6000kg \Leftrightarrow 6000000g$ .

Exemplo: Um tecido custa R\$20,00 o metro. Quantos centímetros desse tecido uma pessoa poderá comprar com R\$250,00?

Solução: Se o metro custa R\$20,00 então com R\$250,00 a pessoa compra 12,5 m de tecido. Para realizar a conversão de metros para centímetros, pela tabela acima observe que basta multiplicar 12,5 por 100. Assim, são 1250 cm de tecido que a pessoa pode comprar.

Exemplo: Cada passo de um indivíduo equivale a 0,60 m. Quantos passos deverá dar para percorrer 2,4 km?

Solução: Fazendo a conversão de km para metros temos:  $2,4 \times 1000 = 2400m$ . Assim, se 1 passo equivale a 0,60 m para percorrer 2400 m a pessoa deverá dar 4000 passos. Com uma simples regra de três você confirma esse resultado.

Agora tente resolver os exercícios da lista.

Bons estudos!

### Lista 1:

- Um jogador de futebol bateu uma falta a uma distância de 0,021km do gol. Quantos metros a bola percorreu para cobrir essa distância?
- Quantos quilômetros percorrerá uma pessoa, ao sair da cidade A em direção a cidade B, por uma estrada cujo comprimento é de 15 000 dam e, sem seguida, ir de B para a cidade C, cuja estrada tem um comprimento de 25 000 000 cm?
- Determine, em m<sup>2</sup>,  $\frac{1}{4}$  de km<sup>2</sup>.
- Complete adequadamente:
  - A leitura de 0,12 dm é \_\_\_\_\_
  - A leitura de 0,007 km é \_\_\_\_\_
  - $1km + 1hm + 1dam + 1m = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} m$
  - $2 \times 0,3dam + 5 \times 1,2dm = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} m$

- e)  $9 \text{ hm}^2 \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}^2$
- f)  $0,0017 \text{ km}^2 \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}^2$
- g)  $1,525 \text{ m}^3 \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$
- h)  $3,72 \text{ km}^3 \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}^3$

#### Bibliografia:

CARVALHO, P. C. P. *Introdução à Geometria Espacial*. 4 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2002.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de Matemática Elementar, 10: Geometria Espacial, Posição e métrica*. 6º Ed. São Paulo: Atual, 2005.

LIMA, E. L. *Medida e Forma em Geometria (Comprimento, Área, Volume e Semelhança)*. 2º Ed. Rio de Janeiro: SBM, 1997.

#### Complementar

DANTE, L. R. *Matemática Contexto e Aplicações*. 1º Ed. São Paulo: Editora Ática, 2000.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R.; GIOVANNI Jr., J. R. *Matemática Fundamental: Volume Único*. São Paulo: FTD, 1994.