

Aula 1

- Leia o material didático com muita atenção;
- Use uma calculadora e refaça os cálculos de todos os exemplos;
- Sempre que tiver dúvidas recorra ao tutor a distância.

Os Elementos da Matemática Financeira



A **Matemática Financeira** é um ramo da Matemática Aplicada. Mais precisamente, é o ramo da Matemática que estuda o comportamento do dinheiro no tempo.

A partir de agora vamos estudar uma parte da Matemática Financeira que vai contribuir para contextualizar o conteúdo matemático que foi ensinado no ensino fundamental e médio, dando significados às fórmulas, equações, conceitos de proporcionalidade, funções lineares e exponenciais, cálculo de raízes de índice “n”, logaritmos, progressões aritméticas e geométricas.

Os Conceitos Básicos da Matemática Financeira

Capital Inicial (C)



É o valor monetário que serve de base para o cálculo dos juros. É o recurso financeiro transacionado na data inicial de uma determinada operação financeira. Também é conhecido como: Principal (**P**), Valor Atual (**Va**) ou Valor Presente (**VP**).

Taxa de Juros (i)



É o coeficiente obtido pela razão entre o juro e o capital por período.

$$\text{Taxa} = \frac{\text{Juro}}{\text{capital}} \quad i = \frac{J}{C}$$

Exemplo: 10% ao mês. Isso significa que em R\$ 100,00 que for pego emprestado, será pago R\$ 10,00 de juros a cada mês.

Nas taxas de juros deve-se ter uma **parte numérica** para um **referido período de tempo**.

Exemplo: 10% ao mês. 10% é a parte numérica e “ao mês” é o período a que ela se refere.

As taxas podem ser expressas de duas maneiras: na **forma percentual** (2% ao mês) ou na **forma unitária** (0,02 ao mês). Veja como converter a taxa que geralmente é dada na forma percentual para a forma unitária. Observe alguns exemplos:

Forma Percentual	Forma Unitária
3,5% ao mês	0,035 ao mês
15% ao bimestre	0,15 ao bimestre
130% ao ano	1,3 ao ano

Observações:

- 1) Quando a taxa estiver na forma percentual e se quer obter a taxa na forma unitária, basta dividir a taxa percentual por 100.
- 2) Quando a taxa estiver na forma unitária e se quer obter a taxa na forma percentual, basta multiplicar a taxa unitária por 100.

Principais Abreviaturas de Taxas

Uma maneira de simplificar a escrita das taxas de juros é abreviando os períodos de tempo como no quadro a seguir:

ao dia	a.d.
ao mês	a.m.
ao bimestre	a.bim.
ao trimestre	a.t
ao semestre	a.sem.
ao ano	a.a.

Prazo ou Períodos (n)



É o tempo necessário que um certo capital, aplicado a uma taxa de juros necessita para produzir um montante.

Juros (J)



O juro é o pagamento (ou recebimento) pelo uso de um **valor monetário** por um determinado período de tempo. Pode ser entendido como sendo o custo do crédito ou a remuneração do capital aplicado.

Os juros podem ser vistos de duas maneiras:

- **despesa:** quando uma pessoa toma emprestado um capital e por isso paga juros;
- **receita:** quando uma pessoa empresta um capital e por isso recebe juros.

Montante (M)



É a quantidade monetária acumulada resultante de uma operação financeira após um determinado período de tempo. Ou seja, **é a soma do capital com o juro do período.**

Observação: Para notação de montante, podem ser utilizadas outras letras: **S** (soma), **N** (valor nominal) e **C_n** (capital ao longo do tempo), além de **VF** ou **FV** (valor futuro).

Sistemas de Capitalização

Existem dois sistemas de capitalização para cobrança dos juros: o **simples** e o **composto**.

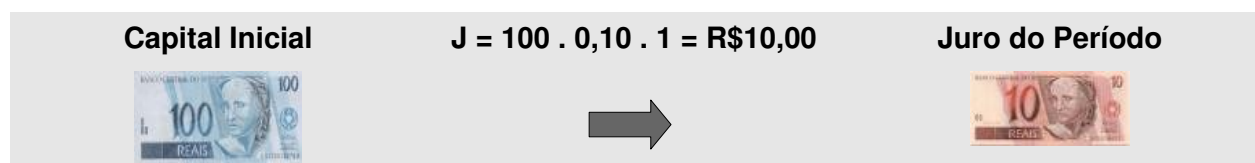
Capitalização Simples

Os Juros Simples




Neste sistema, somente o capital inicial rende juros.

Veja a seguinte situação:




Emprestei R\$ 100,00 a um amigo e cobrei dele uma taxa de juros de 10% ao mês. Qual será o valor do juro se ele me pagar em 1 mês?



E se ele me pagar em 2 meses?

Capital Inicial	$J = 100 \cdot 0,10 \cdot 2 = R\\$20,00$	Juro do Período
		

E se ele me pagar em 3 meses?

Capital Inicial	$J = 100 \cdot 0,10 \cdot 3 = R\\$30,00$	Juro do Período
		

Generalizando, temos a fórmula dos juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

onde:

J é o juros simples (valor monetário) C é o capital inicial i é a taxa de juros n é o prazo de aplicação	Observações: 1) Na fórmula do juro simples a taxa de juros (<i>i</i>) deve ser usada na forma unitária. 2) A unidade de tempo da taxa deve estar na mesma unidade de tempo do prazo .
---	--

Exemplos:

1) Quais os juros produzidos por R\$ 250,00 em 3 meses à taxa de 4% a.m.?

Resolução:

Retiramos os dados do problema e a seguir conferimos as unidades de tempo do prazo e da taxa:

$$C = 250,00$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i = 4\% \text{ a.m.} = 0,04 \text{ a.m.}$$

$$J = ?$$

Como as unidades de tempo são comuns à taxa e ao prazo, então:

$$\text{Pela fórmula: } J = C \cdot i \cdot n = 250 \times 0,04 \times 3 = 30,00 \quad \text{Use uma calculadora e refaça os cálculos}$$

Logo o valor do juro é de R\$ 30,00.

2) Uma fatura de R\$ 525,00 foi paga 2 meses após seu vencimento. Sabendo que a taxa de juros simples cobrada é de 6%a.m, calcule o juro.

Resolução:

$$C = 525,00$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$i = 0,06 \text{ a.m.} \quad \text{As unidades de tempo são comuns à taxa e ao prazo}$$

$$J = ?$$

$$\text{Pela fórmula: } J = C.i.n = 525 \times 0,06 \times 2 = 63,00 \quad \text{Use uma calculadora e refaça os cálculos}$$

Logo o valor do juro é de R\$ 63,00.

3) Sobre uma duplicata de R\$ 670,00, paga com atraso de 2 meses foi cobrado R\$ 73,70 de juros. Qual a taxa mensal de juros simples cobrada?

Resolução:

$$C = 670,00$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$i = ? \text{ a.m.} \quad \text{As unidades de tempo são comuns à taxa e ao prazo}$$

$$J = 73,70$$

$$\text{Pela fórmula: } J = C.i.n$$

$$73,70 = 670,00 \times i \times 2$$

$$i = \frac{73,70}{670 \times 2} = 0,055 \text{ a.m.} \times 100 = 5,5 \% \text{ a.m.} \quad \text{Use uma calculadora e refaça os cálculos}$$

Logo a taxa é de 5,5 % ao mês.

Cálculo do Montante

O montante (M) é a incorporação dos juros ao capital inicial, ou seja, é o capital mais os juros.

$$M = C + J$$

$$M = C + C i n \quad (\text{colocando } C \text{ em evidência})$$

$$\mathbf{M = C (1 + i n)}$$

Exemplos:

1) Qual é o montante de um capital de R\$2.500,00 aplicado a taxa de 5%a.m. pelo prazo de 2 meses?

Resolução:

$$C = 2500,00$$

$$i = 5\% = 0,05 \text{ a.m}$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$M = ?$$

Existem duas maneiras de resolver este problema:

i) Podemos calcular o juro e somar ao capital:

$$J = 2500 \cdot 0,05 \cdot 2 = 250,00 \text{ e}$$

$$M = C + J = 2500 + 250 = 2750,00 \quad \text{Use uma calculadora e refaça os cálculos}$$

ii) Utilizando a fórmula geral do montante, temos:

$$M = C (1 + i n)$$

$$M = 2500 \cdot (1 + 0,05 \cdot 2) \quad \text{Use uma calculadora e refaça os cálculos}$$

$$M = 2500 \cdot (1,1) = 2750,00$$

Logo o montante é de R\$ 2750,00

2) O Sr Malta deve uma fatura no valor de R\$ 250,00 ao Banco Alfa com vencimento em 02/08/2005. O banco cobra juros de 6% a.m. caso a fatura seja paga em atraso. O Sr Malta pagou a fatura no dia 02/10/2005. Calcule o total que ele pagou.

Resolução:

$$C = 250,00$$

$$i = 6\% = 0,06 \text{ a.m.}$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$M = ? \text{ (total pago)}$$

Utilizando a fórmula geral do montante, temos:

$$M = 250 \cdot (1 + 0,06 \cdot 2) \quad \text{Use uma calculadora e refaça os cálculos}$$

$$M = 250 \cdot (1,12) = 280,00$$

O total pago é de R\$ 280,00, sendo R\$ 30,00 correspondente aos juros.

Banco Alfa		FATURA Nº 123/05	
Av. Central, 2635 Capital -RS			
Se paga após a data de vencimento cobrar juro de 6% a.m.	Vencimento	02/08/2005	
	Valor	R\$ 250,00	
	Juros de Mora	30,00	
	Total	280,00	
Autenticação Mecânica ba1230502082005250 RS 280,00			

3) O Grupo SS aplicou R\$ 1800,00 em um fundo de renda fixa durante 3 meses e resgatou R\$ 2043,00. Qual a taxa mensal de juros simples nesta aplicação?

Resolução:

$C = 1800,00$ (valor aplicado)

$i = ?$ a.m.

$n = 3$ meses

$M = 2043,00$ (valor de resgate no futuro)

Utilizando a fórmula geral do montante, temos:

$2043 = 1800 \cdot (1 + i \cdot 3)$ (dividindo os dois lados da igualdade por 1800)

$$(1 + 3 \cdot i) = \frac{2043}{1800} \quad \text{Use uma calculadora e refaça os cálculos}$$

$$3 \cdot i = 1,135 - 1$$

$$3 \cdot i = 0,135$$

$$i = 0,135 / 3$$

$i = 0,045$ a.m. $\times 100 = 4,5\%$ ao mês, pois se o prazo informado é mensal a taxa que retorna é mensal também.

4) Quanto tempo deve ficar aplicado o capital de R\$ 600,00 à taxa de juros simples de 2% a.m. para que se receba um montante de R\$ 660,00?

Resolução:

$$C = 600,00$$

$$i = 2\% = 0,02 \text{ a.m.}$$

$$n = ?$$

$$M = 660,00$$

Utilizando a fórmula geral do montante, temos:

$$660 = 600. (1 + 0,02. n)$$

$$1 + 0,02.n = \frac{660}{600}$$

$$0,02. n = 1,1 - 1$$

Use uma calculadora e refaça os cálculos

$$n = \frac{0,10}{0,02} = \mathbf{5 \text{ meses}}, \text{ pois como a taxa informada é mensal o prazo que me retorna é}$$

também mensal.

Outra maneira de resolver este problema é utilizando a fórmula do juro.

Está implícito que o valor do juro é de R\$ 60,00 (660,00 – 600,00), então:

Utilizando a fórmula do juro $J = C.i.n$

$$60 = 600 . 0,02 . n$$

$$60 = 12.n$$

$$n = \frac{60}{12} = 5 \text{ meses.}$$

Taxas Proporcionais em Juros Simples

Nas operações financeiras utiliza-se o mês e o ano **comercial**, cujos números de dias são de 30 e 360, respectivamente.

Agora veja a seguinte situação:

Tomei emprestado R\$ 100,00 com um amigo, para pagá-lo em 10 dias a uma taxa de juros simples de 12% a.m. Será justo pagar a ele 12% de R\$ 100,00 neste período de 10 dias, ou seja, pagar R\$ 12,00 de juros nesse período?

Usando os conceitos de proporcionalidade, temos:

12 % correspondem a	30 dias
X % correspondem a	10 dias

Logo:

$$\frac{12}{x} = \frac{30}{10} \rightarrow 30 \cdot x = 12 \cdot 10 \rightarrow x = \frac{120}{30} \rightarrow x = 4$$

Então, neste período de 10 dias deve ser cobrado 4% de R\$ 100,00 a título de juros, Ou seja, R\$ 4,00.

Na prática, se temos a taxa mensal e queremos encontrar uma taxa diária, dividimos a taxa mensal por 30 e obtemos a taxa proporcional a 1 dia.

Dizemos que **duas taxas são proporcionais** quando seus valores formam uma proporção direta com os respectivos prazos, considerados numa **mesma unidade de tempo**.

Exemplos:

1) Verificar se as taxas de 5% a trim. e de 20% a.a. são proporcionais.

Resolução:

5% a trim. = 5% em 3 meses

20% a.a. = 20% em 12 meses (unidade de tempo comum às duas taxas: mensal)

$$\frac{5}{20} = \frac{3}{12}$$

Use uma calculadora e refaça os cálculos

$$5 \cdot 12 = 3 \cdot 20$$

$$60 = 60$$

Logo, as taxas de 5% a trim e 20% a.a. são proporcionais

2) Seja a taxa de 24% a.a., determine a taxa proporcional mensal.

Resolução:

24% a.a. = 24% em 12 meses

x% a.m. = x% em 1 mês

$$\frac{24}{x} = \frac{12}{1}$$

$$12 \cdot x = 24 \cdot 1$$

Use uma calculadora e refaça os cálculos

$$x = \frac{24}{12}$$

$$x = 2$$

Logo a taxa proporcional mensal à 24% a.a. é de 2% a.m.

Na Prática...

- quando se tem uma taxa anual e se quer encontrar a taxa mensal, dividi-se a anual por 12;
- quando se tem a taxa mensal e se quer a taxa anual, multiplica-se a mensal por 12.

Outras conversões:

Período a que se refere a taxa	Conversão para taxa anual
Taxa diária	Multiplica- se por 360
Taxa bimestral	Multiplica- se por 6
Taxa trimestral	Multiplica- se por 4
Taxa semestral	Multiplica- se por 2

Observação: Não é necessário utilizar fórmula para encontrar a taxa proporcional. Usamos a intuição para saber se multiplicamos ou dividimos. Todos sabemos que 1 ano têm 360 dias ou 12 meses ou 6 bimestres ou 4 trimestres ou 2 semestres.

Outros exemplos:

3) Qual é a taxa diária proporcional a uma taxa de 18% a.m.

Resolução:

taxa mensal: $i_m = 18\% \text{ a.m.} = 0,18 \text{ a.m.}$

taxa diária: $i_d = \frac{0,18}{30} = 0,006 \text{ a.d.} = 0,6\% \text{ ao dia.}$

1 mês = 30 dias

4) Qual a taxa semestral proporcional a uma taxa de 1,5% a.m.?

Resolução:

taxa mensal: $i_m = 1,5\% \text{ a.m.} = 0,015 \text{ a.m.}$

taxa semestral: $i_{sem} = 0,015 \times 6 = 0,09 \text{ a.sem.} = 9\% \text{ ao semestre.}$

1 semestre = 6 meses

5) Qual a taxa anual proporcional a uma taxa de 7% a. trim.?

Resolução:

taxa trimestral: $i_{trim} = 7\% \text{ a. trim.} = 0,07 \text{ a. trim.}$

Taxa anual: $i_a = 0,07 \times 4 = 0,28 \text{ a.a.} = 28\% \text{ ao ano.}$

1 ano = 4 trimestres

Taxas Equivalentes em Juros Simples

As taxas são chamadas **equivalentes** quando aplicadas ao **mesmo capital** durante o **mesmo espaço de tempo** produzem os **mesmos juros**.

Exemplo: Seja um capital de R\$2.000,00 que pode ser aplicado alternativamente à taxa de 2% a.m. ou de 24%a.a. Sendo o prazo de aplicação de 2 anos, verifique se as taxas são equivalentes.

$C = 2000,00$ $i = 2\% = 0,02 \text{ a.m.}$ $n = 24 \text{ meses}$ $J = 2000 \cdot 0,02 \cdot 24 = 960,00$	$C = 2000,00$ $i = 24\% = 0,24 \text{ a.a.}$ $n = 2 \text{ anos}$ $J = 2000,00 \cdot 0,24 \cdot 2 = 960,00$
<i>Logo as taxas de 2% a.m. e 24%a.a são taxas equivalentes.</i>	

Observação: Em juros simples, as taxas proporcional e equivalente são as mesmas.

Cálculo dos Juros Simples para Períodos Não Inteiros

Em algumas situações, o período de aplicação não coincide com o período de tempo da taxa de juros. Nesse caso é necessário trabalhar com a taxa proporcional ou equivalente.

Observações:

- 1) Geralmente, nas operações financeiras utiliza-se o mês e o ano **comercial** e o juro assim calculado é chamado de **juro comercial**.
- 2) A contagem dos dias para cobrança ou pagamento dos juros deve ser feita de forma exata.

Exemplos:

- 1) JC Oliveira aplica R\$ 4.000,00 num fundo que paga juros simples de 12%a.a. durante 2 meses. Qual o montante resgatado?

Resolução:

$$C = 4000,00$$

$$i = 12\% = 0,12 \text{ a.a. } i = 0,12/12 = 0,01 \text{ a.m. } \quad (\text{taxa proporcional mensal})$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$M = ?$$

$$M = 4000,00 \cdot (1 + 0,01 \cdot 2) = 4080,00$$

Logo, o montante resgatado é de R\$ 4080,00.

2) Um banco oferece uma taxa de 27%a.a. pelo regime de juros simples. Quanto ganharia de rendimento um investidor que aplicasse R\$15.000,00 por 32 dias?

Resolução:

$$C = 15\,000,00$$

$$i = 27\%a.a. = 0,27 a.a. = 0,27/360 a.d. = 0,00075 a.d. \text{ (taxa proporcional diária)}$$

$$n = 32 \text{ dias}$$

$$J = ?$$

$$J = 15000 \cdot \frac{0,27}{360} \cdot 32 = 360,00 \quad \text{ou} \quad J = 15000 \cdot 0,00075 \cdot 32 = 360,00$$

Logo, o investidor ganhará de rendimento (juros) a quantia de R\$ 360,00.

Observação: Se temos a taxa anual e o prazo em dias, temos que dividir a taxa por 360 e daí obtemos a taxa diária.

3) Calcular os juros simples comerciais produzidos pela importância de R\$2.000,00 aplicada à taxa de 36%a.a., no período de 11 de fevereiro de 2008 à 5 de junho de 2008.

Contagem dos dias: Ano bissexto

$$\text{Fev.: } 29 - 11 = 18$$

$$\text{Mar.: } \quad + 31$$

$$\text{Abr.: } \quad + 30$$

$$\text{Mai.: } \quad + 31$$

$$\text{Jun.: } \quad + \underline{05}$$

$$\text{Total: } \quad \mathbf{115 \text{ dias}}$$

$$C = 2000,00$$

$$i = 0,36 a.a.$$

$$n = 115 \text{ dias}$$

$$J = ?$$

$$J = \frac{2000 \cdot 0,36 \cdot 115}{360} = 230,00$$

4) O valor de face do IPTU da LB Brasil é de R\$250,00 com vencimento em 10/03/2008. Sabendo que é cobrada uma multa de 4% por pagamento efetuado após esta data e juros de mora de 6%a.m., calcule o valor a ser pago se o contador da empresa puder pagar esta dívida no dia 05/04/2008?

Importante: A multa e o juro tem como base de cálculo o valor da duplicata ou fatura (capital inicial).

$$C = 250,00$$

$$i = 6\% = 0,06 \text{ a.m.} = 0,06/30 \text{ a.d.}$$

$$\text{Multa: } m = 0,04$$

Contagem dos dias

Mar.	31 – 10 = 21
Abr.	05
Total	26

$$n = 26 \text{ dias}$$

Cálculo:

A multa é calculada multiplicando o capital inicial pelo percentual da multa:

$$m = 250 \cdot 0,04 = 10,00$$

$$J = 250 \cdot \frac{0,06}{30} \cdot 26 = 13,00$$

O montante total será a soma do capital com os juros mais a multa e mais outras despesas referentes ao atraso:

$$M = 250 + 10 + 13 = 273,00$$

P.M.Cidade		<u>I P T U</u>	
R. Central , 256 Cidade - RS			
Se paga após o vencimento, cobrar multa de 4%, mais juros de 6%a.m.	Vencimento	10/03/2005	
	Valor	R\$ 250,00	
	Multa	10,00	
	Juros	13,00	
	Total	273,00	
Autenticação Mecânica			
pag1003200702500004%6256			

Valor Nominal

É quanto vale um compromisso na data do seu vencimento, isto é, é a soma do capital mais os juros.

$$N = Va (1 + i.n)$$

Valor Atual

É o valor que um compromisso tem em uma data que antecede o seu vencimento. Podemos dizer que o valor atual capitalizado até a data do vencimento, reproduz o valor nominal.

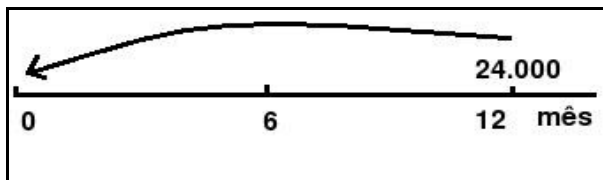
$$Va = \frac{N}{1 + i.n}$$

Observação: Capitalizar é o mesmo que encontrar o montante de uma aplicação e descapitalizar é encontrar o valor atual.

Exemplos:

1) Uma pessoa fez hoje uma aplicação e recebeu um título no valor de R\$24.000,00 resgatável em 12 meses. Sabendo que a taxa de juros simples da operação foi de 2,5% a.m., determine:

a) o seu valor hoje:



$$N = 24000,00$$

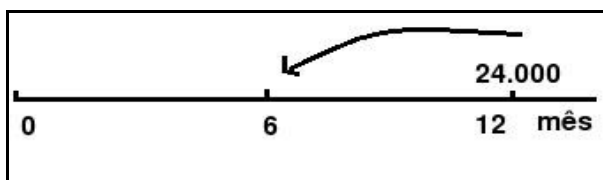
$$i = 2,5\% = 0,025 \text{ a.m.}$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$Va = ?$$

$$Va = \frac{24000}{1 + 0,025 \cdot 12} = \frac{24000}{1,30} = 18.461,54 \text{ Use uma calculadora e refaça os cálculos}$$

b) o seu valor em 6 meses:



$$N = 24000,00$$

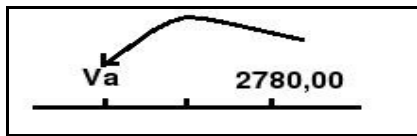
$$i = 2,5\% = 0,025 \text{ a.m.}$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

$$Va = ?$$

$$Va = \frac{24000}{1 + 0,025 \cdot 6} = \frac{24000}{1,15} = 20.869,57$$

2) O valor nominal de uma NP é de R\$ 2.780,00. Qual é o seu valor atual 2 meses antes de seu vencimento, considerando-se a taxa de juros simples de 33%a.a.?



$$N = 2780,00$$

$$i = 33\% = 0,33 \text{ a.a.} = 0,33/12 = 0,0275 \text{ a.m.}$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

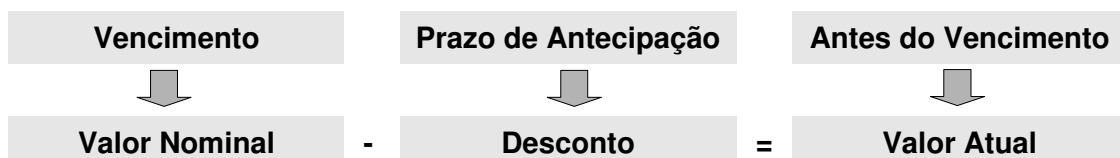
$$Va = ?$$

$$Va = \frac{2780}{1 + 0,0275 \cdot 2} = \frac{2780}{1,055} = 2.635,07$$

Desconto Simples

Desconto é o **abatimento** feito no valor nominal de uma dívida, quando ela é negociada antes de seu vencimento. Todo título tem um **valor nominal** ou **valor de face** que é aquele correspondente à data do seu vencimento. A operação de desconto permite que se obtenha o **valor atual** do título em questão.

Veja o esquema:



Desconto Simples Comercial ou Bancário

Também conhecido como desconto “**por fora**” é o valor obtido pelo cálculo dos juros simples sobre o valor nominal do compromisso que seja saldado ‘n’ períodos antes de seu vencimento.

$$d_c = N \cdot i \cdot n$$

onde:

d_c é o desconto comercial

N é o valor nominal do título

i é a taxa de desconto

n é o prazo de antecipação

Valor atual Comercial (V_{ac})

É a diferença entre o valor nominal e o desconto comercial.

$$V_{ac} = N - N \cdot i \cdot n$$

$$V_{ac} = N(1 - i \cdot n)$$

Exemplo: Qual é o desconto comercial de um título de crédito de valor nominal R\$3.200,00, resgatado 2 meses antes do vencimento, à taxa de juros simples de 36% a.a? E qual o seu valor atual comercial?

$$N = 3200,00$$

$$i = 36\% = 0,36 \text{ a.a. (Taxa anual – dividimos por 12 e encontramos a taxa mensal)}$$

$$i = 0,36/12 = 0,03 \text{ a.m.}$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$d_c = ? \quad V_{ac} = ?$$

$$d_c = 3200 \cdot \frac{0,36}{12} \cdot 2 = 192,00$$

Use uma calculadora e refaça os cálculos

$$V_{ac} = 3200 \cdot \left(1 - \frac{0,36}{12} \cdot 2\right) = 3008,00$$

Desconto Simples Racional

Também conhecido como desconto “por dentro”, raramente é utilizado no mercado. Difere pela base de cálculo, pois o desconto incide sobre o valor atual do título. Desta forma, quando um título é descontado ‘n’ períodos antes do vencimento, a uma taxa ‘i’ e com um certo valor atual tem-se:

$$d_r = V_a \cdot i \cdot n \quad (*)$$

Mas $V_a = \frac{N}{1+i \cdot n}$ e substituindo em (*)

temos:

$$d_r = \frac{N \cdot i \cdot n}{1+i \cdot n} \text{ que é a fórmula do desconto racional em função do Valor Nominal.}$$

Valor atual racional (V_{ar}): é a diferença entre o valor nominal e o desconto racional.

$$V_{ar} = N - \frac{N \cdot i \cdot n}{1+i \cdot n}$$

$$V_{ar} = \frac{N(1+i \cdot n) - N \cdot i \cdot n}{1+i \cdot n}$$

$$V_{ar} = \frac{N + N \cdot i \cdot n - N \cdot i \cdot n}{1+i \cdot n}$$

$$V_{ar} = \frac{N}{1+i \cdot n}$$

Exemplo: Qual é o desconto racional de um título de crédito de valor nominal R\$3.200,00, resgatado 2 meses antes do vencimento, à taxa de juros simples de 36% a.a? E qual o seu valor atual racional?

$$N = 3200,00$$

$$i = 36\% = 0,36 \text{ a.a.} = 0,36/12 = 0,03 \text{ a.m.}$$

$$n = 2 \text{ meses}$$

$$d_r = ? \quad V_{ar} = ?$$

$d_r = \frac{3200 \cdot \frac{0,36}{12} \cdot 2}{1 + \frac{0,36}{12} \cdot 2} = \frac{192}{1,06} = 181,13$	$V_{ar} = \frac{3200}{(1 + \frac{0,36}{12} \cdot 2)} = \frac{3200}{1,06} = 3018,87$
--	---

Exemplos de Aplicações do Desconto Simples:

1) As informações sobre um título são:

Valor Nominal: R\$20.000,00

Taxa de desconto: 5% a.m.

Prazo de antecipação: 8 meses

a) Qual o valor líquido do título no desconto racional?

$$V_{ar} = \frac{20000}{1 + 0,05 \cdot 8} = 14285,71$$

b) Qual o valor líquido do título no desconto comercial?

$$V_{ac} = 20000 (1 - 0,05 \cdot 8) = 12000,00$$

2) Uma duplicata com vencimento em 15 de dezembro é descontada por R\$ 2000,00 em 1º de setembro do mesmo ano a uma taxa simples de 6% a.m. Na modalidade de desconto comercial simples, calcular o valor nominal do título.

$$V_{ac} = 2000,00$$

$i = 0,06$ a.m. = $0,06/30$ a.d. (Podemos utilizar a taxa diária em forma de fração)

$n =$ contagem dos dias = 105 dias

$N = ?$

Contagem dos dias	
setembro	$30 - 1 = 29$
outubro	+31
novembro	+30
dezembro	+15
total	105

Utilizando a fórmula do V_{ac} temos:

$$2000 = N \left(1 - \frac{0,06}{30} \cdot 105 \right)$$

$$N = \frac{2000}{0,79} = 2531,65$$

Use uma calculadora e refaça os cálculos