Ajuste de Curva

5.3 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \tag{1}$$

5.3 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (1)$$

A função $f(x)$ é conhecida por pontos $(x_i, f(x_i))$, então:

$$f(x) \approx \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (2)$$

5.3 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (1)$$

A função *f(x)* é conhecida por pontos (x_i, $f(x_i)$), então:

$$f(x) \approx \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (2)$$

Aplicando o logaritmo neperiano na eq. (2), obtém-se:

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1 e^{\alpha_2 x})$$

5.3 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (1)$$

A função *f(x)* é conhecida por pontos (x_i, $f(x_i)$), então:

$$f(x) \approx \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (2)$$

Aplicando o logaritmo neperiano na eq. (2), obtém-se:

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1 e^{\alpha_2 x})$$

Aplicando as propriedades do logaritmo neperiano, obtém-se:

5.3 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (1)$$

A função $f(x)$ é conhecida por pontos $(x_i, f(x_i))$, então:

$$f(x) \approx \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (2)$$

Aplicando o logaritmo neperiano na eq. (2), obtém-se:

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1 e^{\alpha_2 x})$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \ln(e^{\alpha_2 x})$$

5.3 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (1)$$

A função *f(x)* é conhecida por pontos $(x_i, f(x_i))$, então:

$$f(x) \approx \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (2)$$

Aplicando o logaritmo neperiano na eq. (2), obtém-se:

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1 e^{\alpha_2 x})$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \ln(e^{\alpha_2 x})$$

Aplicando as propriedades do logaritmo neperiano, obtém-se:

5.3 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \quad (1)$$

A função *f(x)* é conhecida por pontos $(x_i, f(x_i))$, então:

$$f(x) \approx \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \quad (2)$$

Aplicando o logaritmo neperiano na eq. (2), obtém-se:

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1 e^{\alpha_2 x})$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \ln(e^{\alpha_2 x})$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \alpha_2 x \ln(e)$$

5.2 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (1)$$

A função *f(x)* é conhecida por pontos $(x_i, f(x_i))$, então:

$$f(x) \approx \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (2)$$

Aplicando o logaritmo neperiano na eq. (2), obtém-se:

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1 e^{\alpha_2 x})$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \ln(e^{\alpha_2 x})$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \alpha_2 x \ln(e)$$

Considerando que $ln(e) = 1$, tem-se:

5.3 Ajuste de Curvas por Funções Exponenciais

Considera-se que um conjunto de pontos pode ser representado por uma função do tipo:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (1)$$

A função *f(x)* é conhecida por pontos $(x_i, f(x_i))$, então:

$$f(x) \approx \alpha_1 e^{\alpha_2 x} \qquad (2)$$

Aplicando o logaritmo neperiano na eq. (2), obtém-se:

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1 e^{\alpha_2 x})$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \ln(e^{\alpha_2 x})$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \alpha_2 x \ln(e)$$

$$\ln(f(x)) = \ln(\alpha_1) + \alpha_2 x \qquad (3)$$

Definindo:

$$\phi(x) = \ln(f(x)), \;\; \beta_1 = \ln(\alpha_1) \;\text{ e }\; \beta_2 = \alpha_2 \qquad (4)$$

Definindo:

$$\phi(x) = \ln(f(x)), \quad \beta_1 = \ln(\alpha_1) \ \text{ e } \ \beta_2 = \alpha_2 \tag{4}$$

e substituindo as eqs. (4) na eq. (3), resulta a expressão:

$$\phi(x) = \beta_1 + \beta_2 x \tag{5}$$

Definindo:

$$\phi(x) = \ln(f(x)), \;\; \beta_1 = \ln(\alpha_1) \;\text{ e }\; \beta_2 = \alpha_2 \tag{4}$$

e substituindo as eqs. (4) na eq. (3), resulta a expressão:

$$\phi(x) = \beta_1 + \beta_2 x \tag{5}$$

A equação (5) pode ser escrita como uma combinação linear entre as incógnitas β_1 e β_2 com as funções conhecidas $g_1(x)$ e $g_2(x)$, conforme eq. (6). Assim, o **Método dos Mínimos Quadrados** pode ser aplicado para determinar as incógnitas.

$$\phi(x) = \beta_1 g_1(x) + \beta_2 g_2(x) \tag{6}$$

Definindo:

$$\phi(x) = \ln(f(x)), \;\; \beta_1 = \ln(\alpha_1) \;\text{ e }\; \beta_2 = \alpha_2 \qquad (4)$$

e substituindo as eqs. (4) na eq. (3), resulta a expressão:

$$\phi(x) = \beta_1 + \beta_2 x \qquad (5)$$

A equação (5) pode ser escrita como uma combinação linear entre as incógnitas β_1 e β_2 com as funções conhecidas $g_1(x)$ e $g_2(x)$, conforme eq. (6). Assim, o **Método dos Mínimos Quadrados** pode ser aplicado para determinar as incógnitas.

$$\phi(x) = \beta_1 g_1(x) + \beta_2 g_2(x) \qquad (6)$$

O critério de minimização é aplicado ao problema transformado, encontrando-se β_1 e β_2 e, a partir deles, determina-se os parâmetros α_1 e α_2, utilizando parte das eqs. (4).

$$\beta_1 = \ln(\alpha_1) \;\rightarrow\; \alpha_1 = e^{\beta_1}$$

Definindo:

$$\phi(x) = \ln(f(x)),\ \ \beta_1 = \ln(\alpha_1)\ \text{ e }\ \beta_2 = \alpha_2 \tag{4}$$

e substituindo as eqs. (4) na eq. (3), resulta a expressão:

$$\phi(x) = \beta_1 + \beta_2 x \tag{5}$$

A equação (5) pode ser escrita como uma combinação linear entre as incógnitas β_1 e β_2 com as funções conhecidas $g_1(x)$ e $g_2(x)$, conforme eq. (6). Assim, o **Método dos Mínimos Quadrados** pode ser aplicado para determinar as incógnitas.

$$\phi(x) = \beta_1 g_1(x) + \beta_2 g_2(x) \tag{6}$$

O critério de minimização é aplicado ao problema transformado, encontrando-se β_1 e β_2 e, a partir deles, determina-se os parâmetros α_1 e α_2, utilizando parte das eqs. (4).

$$\beta_1 = \ln(\alpha_1)\ \rightarrow \alpha_1 = e^{\beta_1}$$

$$\beta_2 = \alpha_2 \qquad \rightarrow \alpha_2 = \beta_2$$

Definindo:

$$\phi(x) = \ln(f(x)), \quad \beta_1 = \ln(\alpha_1) \text{ e } \beta_2 = \alpha_2 \qquad (4)$$

e substituindo as eqs. (4) na eq. (3), resulta a expressão:

$$\phi(x) = \beta_1 + \beta_2 x \qquad (5)$$

A equação (5) pode ser escrita como uma combinação linear entre as incógnitas β_1 e β_2 com as funções conhecidas $g_1(x)$ e $g_2(x)$, conforme eq. (6). Assim, o **Método dos Mínimos Quadrados** pode ser aplicado para determinar as incógnitas.

$$\phi(x) = \beta_1 g_1(x) + \beta_2 g_2(x) \qquad (6)$$

O critério de minimização é aplicado ao problema transformado, encontrando-se β_1 e β_2 e, a partir deles, determina-se os parâmetros α_1 e α_2, utilizando parte das eqs. (4).

$$\left.\begin{aligned} \beta_1 &= \ln(\alpha_1) & &\rightarrow \alpha_1 = e^{\beta_1} \\ \beta_2 &= \alpha_2 & &\rightarrow \alpha_2 = \beta_2 \end{aligned}\right\} \text{Então, obtém-se: } \varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

Exercícios:

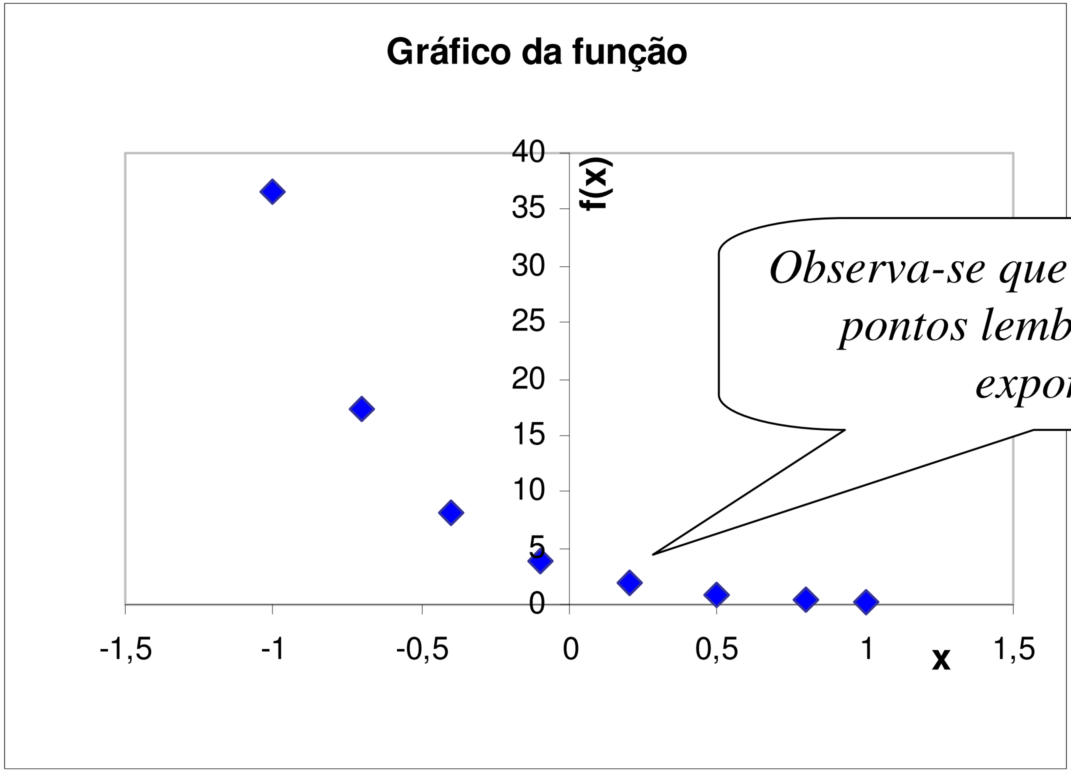
1) Considerando a tabela abaixo, determine uma função exponencial da forma $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ para representar os pontos.

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246

Exercícios:

1) Considerando a tabela abaixo, determinar uma função exponencial da forma $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ para representar os pontos.

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246



Observa-se que a distribuição dos pontos lembra uma função exponencial.

Exercícios:

1) Considerando a tabela abaixo, determine uma função exponencial da forma $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ para representar os pontos.

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246

Aplicando a transformada ln(f(x)), obtém-se:

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246
$\ln(f(x_i))$	3,5986							

Note que: ln(36,547) = 3,5986 *e assim segue para os demais valores.*

Exercícios:

1) Considerando a tabela abaixo, determine uma função exponencial da forma $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ para representar os pontos.

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246

Aplicando a transformada ln(*f*(*x*)), obtém-se:

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246
$\ln(f(x_i))$	3,5986	2,8486						

Exercícios:

1) Considerando a tabela abaixo, determine uma função exponencial da forma $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ para representar os pontos.

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246

Aplicando a transformada ln($f(x)$), obtém-se:

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246
$\ln(f(x_i))$	**3,5986**	**2,8486**	**2,0986**	**1,3486**	**0,5988**	**-0,1508**	**-0,9014**	**-1,4024**

Exercícios:

1) Considerando a tabela abaixo, determine uma função exponencial da forma $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ para representar os pontos.

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246

Aplicando a transformada ln(f(x)), obtém-se:

x_i	-1,0	-0,7	-0,4	-0,1	0,2	0,5	0,8	1,0
$f(x_i)$	36,547	17,264	8,155	3,852	1,82	0,86	0,406	0,246
$\ln(f(x_i))$	3,5986	2,8486	2,0986	1,3486	0,5988	-0,1508	-0,9014	-1,4024

Polinômio intermediário a determinar tem a seguinte forma:

$$\phi(x) = \beta_1 g_1(x) + \beta_2 g_2(x)$$

com $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = x$

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Matriz dos coeficientes:

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Matriz dos coeficientes:

$$a_{11} = \sum_{k=1}^{8} g_1(x_k)g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{8} 1 = 1+1+1+1+1+1+1+1 = 8{,}00$$

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Matriz dos coeficientes:

$$a_{11} = \sum_{k=1}^{8} g_1(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{8} 1 = 1+1+1+1+1+1+1+1 = 8,00$$

$$a_{12} = a_{21} = \sum_{k=1}^{8} g_1(x_k) g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{8} x_k = -1 - 0,7 - 0.4 - 0.1 + 0,2 + 0,5 +$$

$$0,8 + 1,0 = 0,30$$

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Matriz dos coeficientes:

$$a_{11} = \sum_{k=1}^{8} g_1(x_k)g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{8} 1 = 1+1+1+1+1+1+1+1 = 8,00$$

$$a_{12} = a_{21} = \sum_{k=1}^{8} g_1(x_k)g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{8} x_k = -1-0,7-0.4-0.1+0,2+0,5+$$

$$0,8+1,0 = 0,30$$

$$a_{22} = \sum_{k=1}^{8} g_2(x_k)g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{8} x_k^2 = (-1)^2 + (-0,7)^2 + (-0.4)^2 + (-0.1)^2 +$$

$$(0,2)^2 + (0,5)^2 + (0,8)^2 + (1,0)^2 = 3,59$$

Vetor dos termos independentes:

$$b_1 = \sum_{k=1}^{8} f(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{8} \ln(f(x_k)) = 3{,}5986 + 2{,}8486 + \ldots$$

$$+ (-1{,}4024) = 8{,}03860$$

Vetor dos termos independentes :

$$b_1 = \sum_{k=1}^{8} f(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{8} \ln(f(x_k)) = 3{,}5986 + 2{,}8486 + \ldots$$

$$+ (\text{-}1{,}4024) = 8{,}03860$$

$$b_2 = \sum_{k=1}^{8} f(x_k) g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{8} \ln(f(x_k)) x_k = 3{,}5986(\text{-}1) + 2{,}8486(\text{-}0.7) + \ldots$$

$$+ (\text{-}1{,}4024)(1) = -8{,}64608$$

Vetor dos termos independentes :

$$b_1 = \sum_{k=1}^{8} f(x_k)g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{8} \ln(f(x_k)) = 3{,}5986 + 2{,}8486 + \ldots$$

$$+ (\text{-}1{,}4024) = 8{,}03860$$

$$b_2 = \sum_{k=1}^{8} f(x_k)g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{8} \ln(f(x_k))x_k = 3{,}5986(\text{-}1) + 2{,}8486(\text{-}0.7) + \ldots$$

$$+ (\text{-}1{,}4024)(1) = -8{,}64608$$

Sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} 8 & 0{,}3 \\ 0{,}3 & 3{,}59 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 8{,}03860 \\ -8{,}64608 \end{Bmatrix}$$

Vetor dos termos independentes :

$$b_1 = \sum_{k=1}^{8} f(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{8} \ln(f(x_k)) = 3{,}5986 + 2{,}8486 + \ldots$$

$$+ (\text{-}1{,}4024) = 8{,}03860$$

$$b_2 = \sum_{k=1}^{8} f(x_k) g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{8} \ln(f(x_k)) x_k = 3{,}5986(\text{-}1) + 2{,}8486(\text{-}0.7) + \ldots$$

$$+ (\text{-}1{,}4024)(1) = -8{,}64608$$

Sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} 8 & 0{,}3 \\ 0{,}3 & 3{,}59 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 8{,}03860 \\ -8{,}64608 \end{Bmatrix}$$

Resolvendo o sistema, obtém-se: $\beta = \left[1{,}098582 \;\; -2{,}500182 \right]^T$

Com os valores de β_1 e β_2 determina-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

Com os valores de β_1 e β_2 determina-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

Com os valores de β_1 *e* β_2 determina-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$$\alpha_1 = e^{1,098582}$$

$$\alpha_1 = 2,999909$$

Com os valores de β_1 e β_2 determina-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$$\alpha_1 = e^{1,098582}$$

$$\alpha_1 = 2,999909$$

e $\alpha_2 = \beta_2$

Com os valores de β_1 *e* β_2 determina-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$$\alpha_1 = e^{1{,}098582}$$

$$\alpha_1 = 2{,}999909$$

e $\alpha_2 = \beta_2$

$$\alpha_2 = -2{,}500182$$

Com os valores de β_1 *e* β_2 determina-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$$\alpha_1 = e^{1,098582}$$

$$\alpha_1 = 2,999909$$

e $\alpha_2 = \beta_2$

$$\alpha_2 = -2,500182$$

Substituindo α_1 e $\alpha_{2,}$ obtém-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = 2,999909 e^{-2,500182x}$$

Função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

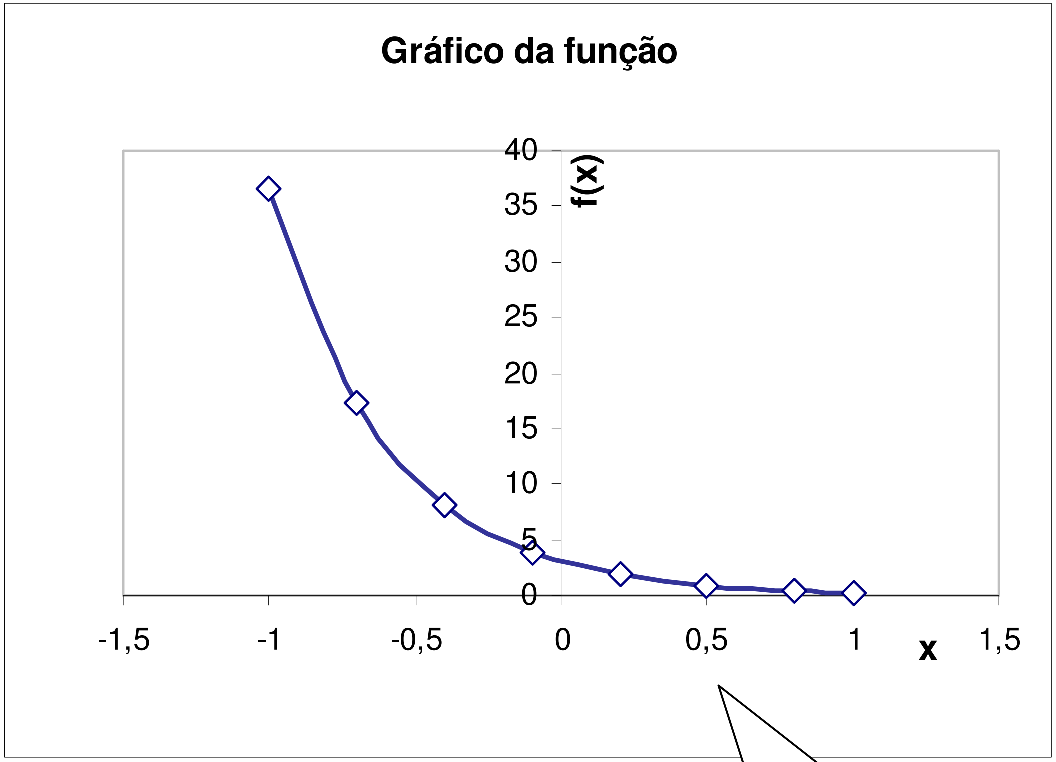
com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$$\alpha_1 = e^{1,098582}$$

$$\alpha_1 = 2,999909$$

e $\alpha_2 = \beta_2$

$$\alpha_2 = -2,500182$$



Substituindo α_1 e α_2, obtém-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = 2,999909 e^{-2,500182x}$$

Observa-se que a função exponencial praticamente passa pelos pontos de interpolação.

Exercício:

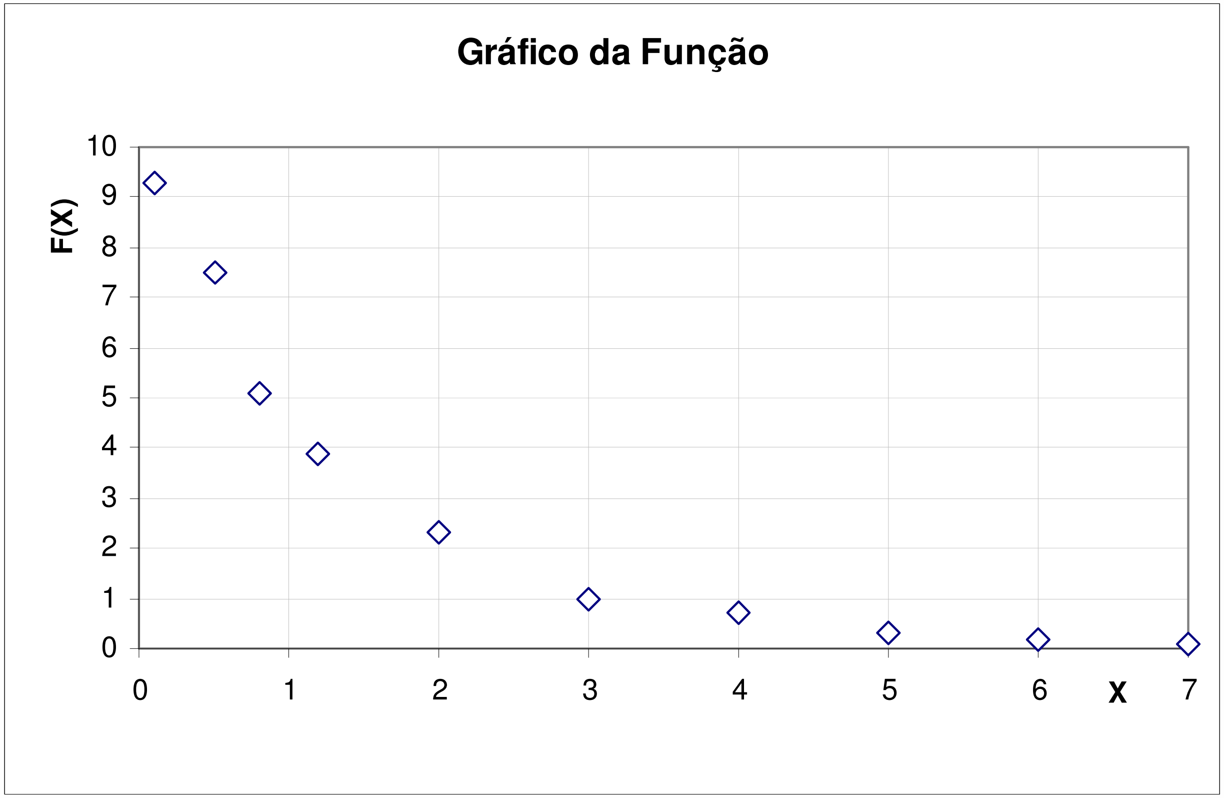
2) Determine a função exponencial do tipo $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ que melhor represente os pontos abaixo:

x_i	0,1	0,5	0,8	1,2	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
$f(x_i)$	9,3	7,5	5,1	3,9	2,3	1,0	0,7	0,3	0,2	0,07

Exercício:

2) Determinar a função exponencial do tipo $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ que melhor representa os pontos abaixo:

x_i	0,1	0,5	0,8	1,2	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
$f(x_i)$	9,3	7,5	5,1	3,9	2,3	1,0	0,7	0,3	0,2	0,07



Exercício:

2) Determine a função exponencial do tipo $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ que melhor represente os pontos abaixo:

x_i	0,1	0,5	0,8	1,2	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
$f(x_i)$	9,3	7,5	5,1	3,9	2,3	1,0	0,7	0,3	0,2	0,07

Aplicando a transformada ln(f(x)), obtém-se:

x_i	0,1	0,5	0,8	1,2	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
$f(x_i)$	9,3	7,5	5,1	3,9	2,3	1,0	0,7	0,3	0,2	0,07
$lnf(x_i)$	**2,230**	**2,015**	**1,629**	**1,361**	**0,833**	**0,000**	**-0,357**	**-1,204**	**-1,609**	**-2,659**

Exercício:

2) Determine a função exponencial do tipo $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ que melhor represente os pontos abaixo:

x_i	0,1	0,5	0,8	1,2	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
$f(x_i)$	9,3	7,5	5,1	3,9	2,3	1,0	0,7	0,3	0,2	0,07

Aplicando a transformada ln($f(x)$), obtém-se:

x_i	0,1	0,5	0,8	1,2	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
$f(x_i)$	9,3	7,5	5,1	3,9	2,3	1,0	0,7	0,3	0,2	0,07
$lnf(x_i)$	**2,230**	**2,015**	**1,629**	**1,361**	**0,833**	**0,000**	**-0,357**	**-1,204**	**-1,609**	**-2,659**

Polinômio intermediário a determinar:

$$\phi(x) = \beta_1 g_1(x) + \beta_2 g_2(x)$$

com $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = x$

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Matriz dos coeficientes:

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Matriz dos coeficientes:

$$a_{11} = \sum_{k=1}^{10} g_1(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{10} 1 = 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 10{,}0$$

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Matriz dos coeficientes:

$$a_{11} = \sum_{k=1}^{10} g_1(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{10} 1 = 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 10{,}0$$

$$a_{12} = a_{21} = \sum_{k=1}^{10} g_1(x_k) g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{10} x_k = 0{,}1 + 0{,}5 + 0{,}8 + 1{,}2 + 2{,}0 + 3{,}0 +$$

$$4{,}0 + 5{,}0 + 6{,}0 + 7{,}0 = 29{,}6$$

Sistema de equações lineares $A\beta = b$ (2x2):

Matriz dos coeficientes:

$$a_{11} = \sum_{k=1}^{10} g_1(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{10} 1 = 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 10{,}0$$

$$a_{12} = a_{21} = \sum_{k=1}^{10} g_1(x_k) g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{10} x_k = 0{,}1 + 0{,}5 + 0{,}8 + 1{,}2 + 2{,}0 + 3{,}0 +$$
$$4{,}0 + 5{,}0 + 6{,}0 + 7{,}0 = 29{,}6$$

$$a_{22} = \sum_{k=1}^{10} g_2(x_k) g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{10} x_k^2 = (0{,}1)^2 + (0{,}5)^2 + (0{,}8)^2 + (1{,}2)^2 + (2{,}0)^2$$
$$+ (3{,}0)^2 + (4{,}0)^2 + (5{,}0)^2 + (6{,}0)^2 + (7{,}0)^2 = 141{,}34$$

Vetor dos termos independentes :

$$b_1 = \sum_{k=1}^{10} f(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{10} \ln(f(x_k)) = 2{,}230 + 2{,}015 + \ldots = 2{,}239$$

Vetor dos termos independentes :

$$b_1 = \sum_{k=1}^{10} f(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{10} \ln(f(x_k)) = 2{,}230 + 2{,}015 + \ldots = 2{,}239$$

$$b_2 = \sum_{k=1}^{10} f(x_k) g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{10} \ln(f(x_k)) x_k = 2{,}230(0{,}1) + 2{,}015(0{,}5) + \ldots = -29{,}885$$

Vetor dos termos independentes :

$$b_1 = \sum_{k=1}^{10} f(x_k)\, g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{10} \ln(f(x_k)) = 2{,}230 + 2{,}015 + \ldots = 2{,}239$$

$$b_2 = \sum_{k=1}^{10} f(x_k)\, g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{10} \ln(f(x_k))\, x_k = 2{,}230(0{,}1) + 2{,}015(0{,}5) - \ldots = -29{,}885$$

Sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} 10 & 29{,}6 \\ 29{,}6 & 141{,}34 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2{,}239 \\ -29{,}885 \end{Bmatrix}$$

Vetor dos termos independentes :

$$b_1 = \sum_{k=1}^{10} f(x_k) g_1(x_k) = \sum_{k=1}^{10} \ln(f(x_k)) = 2{,}230 + 2{,}015 + \ldots = 2{,}239$$

$$b_2 = \sum_{k=1}^{10} f(x_k) g_2(x_k) = \sum_{k=1}^{10} \ln(f(x_k)) x_k = 2{,}230(0{,}1) + 2{,}015(0{,}5) - \ldots = -29{,}885$$

Sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} 10 & 29{,}6 \\ 29{,}6 & 141{,}34 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2{,}239 \\ -29{,}885 \end{Bmatrix}$$

Resolvendo o sistema, obtém-se: $\beta = \begin{bmatrix} 2{,}235 & -0{,}679 \end{bmatrix}^T$

Função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

Função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$$\alpha_1 = e^{2,235}$$

$$\alpha_1 = 9,351$$

Função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$$\alpha_1 = e^{2,235}$$

$$\alpha_1 = 9,351$$

e $\alpha_2 = \beta_2$

$$\alpha_2 = -0,679$$

Função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$$\alpha_1 = e^{2,235}$$

$$\alpha_1 = 9,351$$

e $\alpha_2 = \beta_2$

$$\alpha_2 = -0,679$$

Substituindo α_1 e $\alpha_{2,}$ obtém-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = 9,351 e^{-0.679x}$$

Função exponencial:

$$\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$$

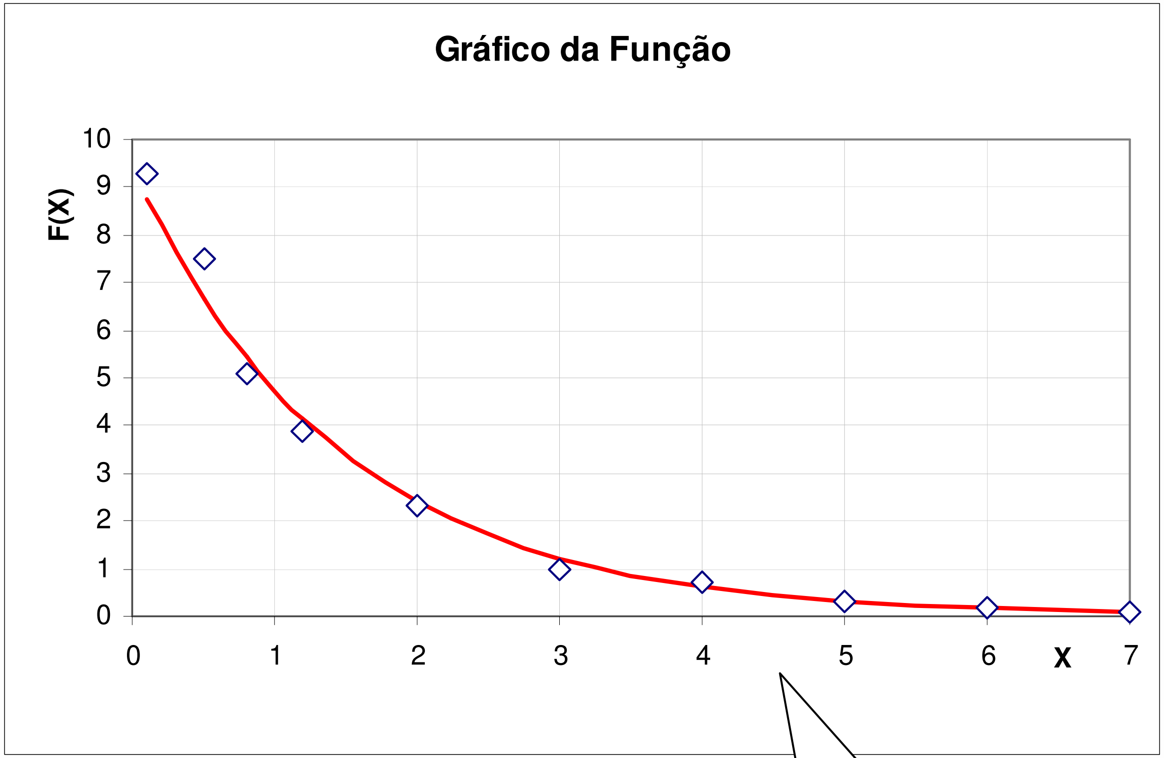
com $\alpha_1 = e^{\beta_1}$

$\alpha_1 = e^{2,235}$

$\alpha_1 = 9,351$

e $\alpha_2 = \beta_2$

$\alpha_2 = -0,679$



Substituindo α_1 e $\alpha_{2,}$ obtém-se a função exponencial:

$$\varphi(x) = 9,351 e^{-0.679x}$$

Observa-se que a função exponencial passa próximo dos pontos de interpolação.

Exercício complementar:

3) Determine a função exponencial do tipo $\varphi(x) = \alpha_1 e^{\alpha_2 x}$ que melhor represente os pontos abaixo:

x_i	-2,0	-1,5	-1,0	0,5	1,0	2,0
$f(x_i)$	0,7357	0,9447	1,2131	2,5680	3,2974	5,4366

Resposta $\varphi(x) \approx 2e^{0,5x}$

Observa-se que, o valor de α_1 será um valor próxima de 2 e α_2 será uma valor próximo a 0,5 devido ao número dígitos utilizados após a vírgula..

Obrigado