



V SEMINÁRIO E WORKSHOP EM ENGENHARIA OCEÂNICA

Rio Grande, 07 a 09 de Novembro de 2012

OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE PLACAS COM ENRIJECEDORES SUBMETIDAS À FLEXÃO

Thiago da Silveira¹, Anderson L. G. Correia¹, Caio C. C. da Silva¹, Luiz A. O. Rocha², Mauro de V. Real¹,
Elizaldo D. dos Santos¹, Liércio A. Isoldi¹

¹ Universidade Federal do Rio Grande
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica
Avenida Itália, km 8, CP. 474, Rio Grande, RS, Brasil
e-mail: engmects@hotmail.com
e-mail: anderson_luis_88@hotmail.com
e-mail: caiocesarcivil@hotmail.com
e-mail: mauroreal@furg.br
e-mail: elizaldosantos@furg.br
e-mail: liercioisoldi@furg.br

² Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Sarmento Leite, 425, Porto Alegre, RS, Brasil
e-mail: luizrocha@mecanica.ufrgs.br

RESUMO

As placas enrijecidas são muito utilizadas em estruturas navais. Quando estas estruturas estão sob forte ação de cargas de flexão, é necessário que os reforços contribuam para a redução da deflexão da placa. O Método de Elementos Finitos (MEF) pode ser utilizado para obter os valores da deflexão resultante de cargas de flexão sobre a placa. Para otimizar a geometria da placa enrijecida faz-se uso da Teoria Constructal desenvolvida por Adrian Bejan. Com as geometrias otimizadas, é possível a obtenção de deflexões que apresentam melhoria de aproximadamente 84% em relação às placas sem enrijecedores.

Palavras-chave: *Placas com enrijecedores, Flexão, Método de Elementos Finitos, ANSYS, Teoria Constructal, Constructal Design.*

1. INTRODUÇÃO

Placas finas de aço são componentes muito comuns na indústria naval e oceânica. São empregados, por exemplo, em conveses e no fundo de cascos de navios e em painéis e plataformas de estruturas offshore (Real e Isoldi, 2010). Para aumentar a resistência mecânica destes elementos estruturais, sem comprometer o peso total da estrutura, comumente são utilizados enrijecedores anexos às placas (Fig.1).

A estrutura global de um navio é normalmente referida como sendo uma viga caixão ou viga casco. Geralmente, isto é feito projetando a viga de casco com uma série de painéis rígidos (Rigo e Rizzuto, 2003). Estruturas principais de casco de navio como conveses, cascas, e anteparos são compostas de painéis rígidos, os quais incluem as placas com enrijecedores. Estes componentes estruturais devem suportar diferentes tipos de solicitações mecânicas, como as forças laterais geradas pela pressão da água (Okumoto et al., 2009).

A carga hidrostática, que é a diferença entre a pressão interna e externa, é transferida a partir de chapas de reforços, que por sua vez, através da ação do feixe, transfere as cargas para as vigas transversais (Bai, 2003).

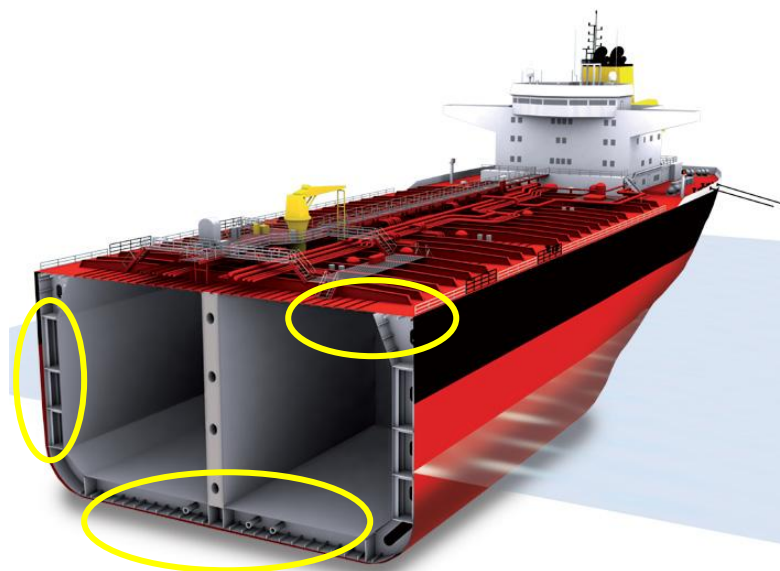


Figura 1. Secção de um casco de navio apresentando as placas com enrijecedores
(<http://picasaweb.google.com/lh/photo/AVoiffJxsgV-zm9wzHjiYRHlv2rCQID9IGybFt1W1Vw>).

Utilizando como exemplo a incidência da pressão da água sobre as placas com enrijecedores, estas estruturas apresentam uma tendência de estarem submetidas à flexão, o que resulta numa translação no sentido transversal ao plano da placa, U_z . É desejável que este deslocamento do elemento estrutural seja minimizado, sendo este o objetivo deste trabalho: otimizar geometricamente uma placa enrijecidas submetida à flexão utilizando uma abordagem computacional.

Para isso, o estudo foi baseado na Teoria Constructal desenvolvida em (Bejan, 1997; Bejan, 2000), que quando aplicada à otimização geométrica de problemas de engenharia é chamada de Constructal Design. Atualmente o Constructal Design tem sido amplamente aplicado nas áreas de mecânica dos fluidos e de transferência de calor. Entretanto existem poucas publicações utilizando o Constructal Design na otimização geométrica de problemas de mecânica dos sólidos.

Uma classe específica de problema térmico onde a arquitetura do sistema é definida considerando o acoplamento entre a transferência de calor e a resistência mecânica foi estudada em (Lorente e Bejan, 2002). Em (Lorente et al., 2010) a analogia entre a configuração geométrica do fluxo de calor, do escoamento de fluido e da distribuição de tensão mecânica foi apresentada. Publicações considerando somente a análise estrutural são mais recentes: em (Isoldi et al., 2011) a otimização geométrica para problemas de concentração de tensões em placas perfuradas foi desenvolvida; e em (Real et al., 2011; Rocha et al., 2012) o Constructal Design foi aplicado no estudo da flambagem elástica de placas finas perfuradas.

Então, aliando o Constructal Design à modelagem computacional, que é baseada no Método dos Elementos Finitos (MEF), duas análises foram desenvolvidas. Na primeira, o posicionamento de enrijecedores foi estudado; e por fim uma investigação sobre a relação ótima entre a altura e a espessura de um enrijecedor retangular foi investigada. Em ambas as análises, a função objetivo foi minimizar o deslocamento máximo da placa enrijecida.

2. METODOLOGIA

Nesta pesquisa o software ANSYS®, que é baseado no MEF, foi empregado para a modelagem computacional dos problemas propostos. O ANSYS é um programa computacional comercial, que pode ser utilizado nas mais diversas classes de problemas de engenharia. Possui habilidades para resolver diferentes tipos de análises estruturais, como por exemplo, análises estáticas, dinâmicas, modais, harmônicas, espectrais e de flambagem. No ANSYS, para uma análise estrutural, os deslocamentos e as rotações (graus de liberdade nodais) são calculados numericamente, e a partir destes valores outras quantidades, como deformações e tensões, são determinadas (ANSYS User's Manual, 2005).

2.1 O Método de Elementos Finitos (MEF)

Com a evolução da ciência, o MEF vem sendo muito utilizado para obtenção de soluções aproximadas para muitos dos problemas encontrados na análise de engenharia, com boa precisão. No campo da análise estrutural, o MEF é usualmente adotado em sua formulação de deslocamento. Desta forma, a estrutura é dividida num certo número de pequenas regiões - os chamados elementos finitos. Estes elementos são assumidos como interconectados por um número determinado de pontos nodais localizados em seus limites (Zienkiewicz e Taylor, 1989; Bathe, 1996).

Um conjunto de funções de interpolação é utilizado para definir exclusivamente o estado de deslocamento dentro de cada elemento, em termos de deslocamentos de seus nós. O estado de “deformação” dentro do elemento é definido através das relações deformação-deslocamento. O estado de tensão ao longo do elemento é determinado pela lei de tensão-deformação do material (Real e Isoldi, 2010).

Através da aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), as forças nodais correspondentes a um campo de deslocamento no elemento são determinadas. Estas forças nodais estão relacionadas com os deslocamentos nos nós através da matriz de rigidez do elemento. Assim, as condições de equilíbrio global já foram satisfeitas dentro do elemento (Real e Isoldi, 2010). Então, aplicando-se as equações de equilíbrio a cada ponto nodal, estabelece-se o sistema de equações de equilíbrio da estrutura, que após resolvido fornece os deslocamentos nodais.

2.2 Elemento Utilizado

O programa de modelagem computacional ANSYS® possui diversos tipos de elementos para serem selecionados conforme a análise que se deseja realizar. Para as simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho, foi utilizado o elemento SHELL93, tanto nos enrijecedores quanto na placa.

Este elemento possui oito nós e utiliza uma integração reduzida para resolver problemas de cascas finas (Fig. 2). Cada nó deste elemento tem seis graus de liberdade: três translações (U_x , U_y , U_z) e três rotações (θ_x , θ_y , θ_z) (Real e Isoldi, 2010).

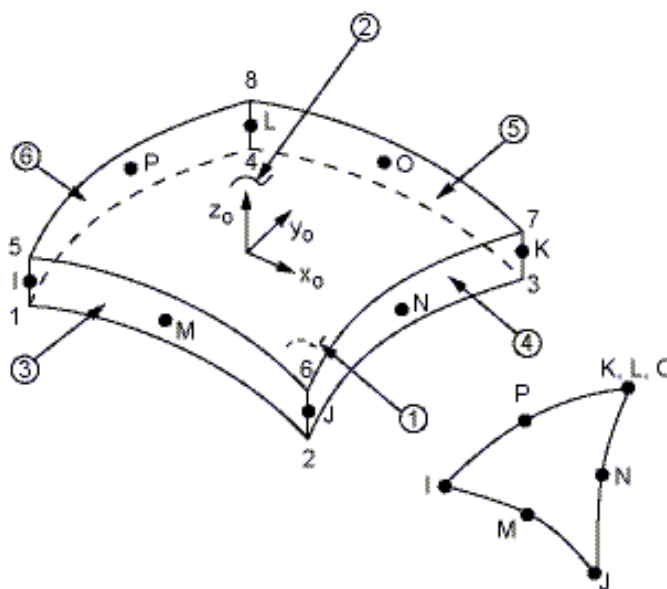


Figura 1. ANSYS SHELL 93 - Geometria do elemento.

2.3 Verificação do Modelo Computacional

Para a verificação da modelagem numérica desenvolvida, foram consideradas duas situações distintas, sempre comparando o resultado numérico com a solução analítica. Em uma primeira verificação, uma placa fina, quadrada, com todos os lados engastados, submetida à pressão uniforme e sem enrijecedores foi considerada; após somente o enrijecedor foi analisado como uma viga com carregamento uniformemente distribuído e bi-engastada.

A placa possui as seguintes dimensões: comprimento $H = 1$ m, largura $L = 1$ m e espessura $t = 10$ mm. A pressão aplicada sobre a placa foi de $q = 10$ kPa e o material da placa (aço) possui módulo de elasticidade $E = 210$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$.

A solução analítica para a deflexão máxima desta placa é definida por (Timoshenko e Woinowsky-Krieger, 1959):

$$U_{z \max} = 0.00126 qL^4 / D \quad (1)$$

onde D é definido pela relação:

$$D = Et^3 / 12(1 - \nu^2) \quad (2)$$

A solução numérica da placa foi obtida discretizando o domínio computacional com uma malha regular formada por 400 elementos quadrados, considerando $H/20$ e $L/20$.

Já a viga de aço bi-engastada, representando aqui o enrijecedor, possui comprimento $l = 1$ m, altura $h = 20$ mm e espessura $b = 15$ mm e foi submetida a uma carga uniformemente distribuída $q = 10$ kPa, possui solução analítica para o cálculo de sua deflexão máxima definida por (Young e Budynas, 2002).

$$U_{z \max} = -ql^4/384 EI \quad (3)$$

Para a solução computacional esta viga foi modelada com uma malha regular gerada por 100 elementos retangulares, considerando $h/5$ e $l/20$.

A Tabela 1 apresenta os valores para a resolução analítica e computacional para as deflexões da placa e da viga (enrijecedor).

Tabela 1. Verificação do modelo computacional.

Componente	U_z Analítico (mm)	U_z Numérico (mm)	Diferença (%)
Placa	- 0.655	- 0.659	0.61
Enrijecedor	- 12.40	- 12.44	0.32

É possível observar na Tab. 1 a excelente concordância entre as soluções numérica e analítica, o que verifica de fato o modelo computacional utilizado neste trabalho.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Considerando a mesma placa e o mesmo enrijecedor empregados na verificação do modelo computacional, bem como as discretizações adotadas, o primeiro problema investigado diz respeito à otimização geométrica do posicionamento dos enrijecedores. A análise foi feita aplicando *Constructal Design*, a fim de obter o valor para d (Fig. 3) que causará uma menor deflexão U_z .

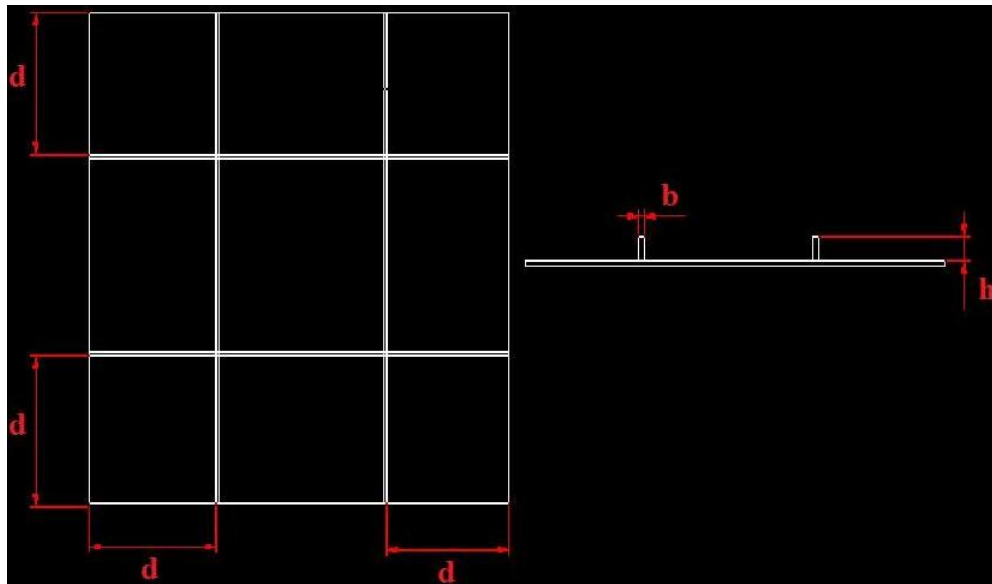


Figura 3. Geometria da placa com as variáveis a serem otimizadas.

Para isso, foi mantida constante a relação de volumes entre enrijecedores e placa, ou fração de volume, definida por:

$$\phi = V_e/V_p = (bhl)/(LHt) = (0.015 \cdot 0.02 \cdot 1)/(1 \cdot 1 \cdot 0.01) = 0.06 \quad (4)$$

onde V_e é o volume de material do enrijecedor e V_p é o volume de material da placa.

Tal parâmetro representa na prática o percentual de material despendido para realizar o reforço estrutural na placa.

Portanto, o enrijecedor deve ter sua altura constante: $h = 20$ mm. Além disso, a soma das áreas das seções transversais em cada direção deve ser $A = 300$ mm², ou seja, quando $d = 0.5$ m, o enrijecedor é único em cada direção (x e y), possuindo $b = 15$ mm, sendo este um caso especial mostrado na Fig. 4. E quando $d \neq 0.5$ m, o enrijecedor tem sua largura dividida em duas partes iguais, logo, $b = 7.5$ mm para cada um dos dois enrijecedores.

Na Tabela 2 são apresentados os casos avaliados para a otimização geométrica da posição dos enrijecedores na placa sob flexão.

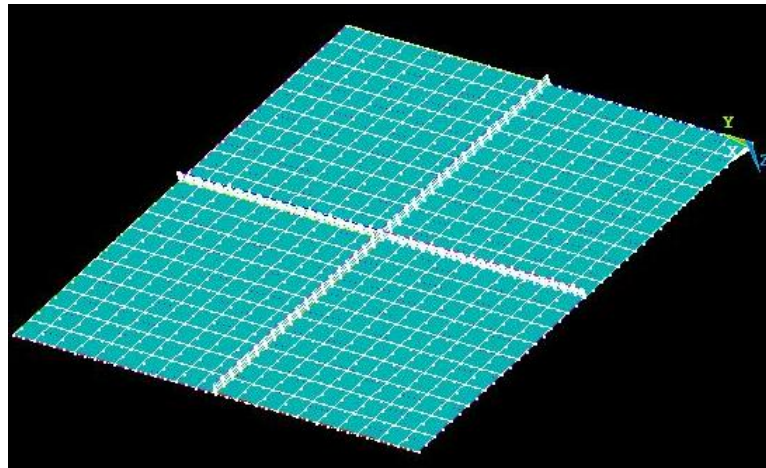


Figura 4. Malha de elementos utilizada na análise do problema.

Tabela 2. Variação da deflexão conforme a posição dos enrijecedores.

Casos avaliados	d (m)	U_z (mm)
1	0.10	-0.64870
2	0.20	-0.58542
3	0.30	-0.48042
4	0.40	-0.39654
5	0.45	-0.37626
6	0.50	-0.37398

Com os valores encontrados pode ser notada facilmente a característica da placa de reduzir a sua deflexão quando o valor d se aproxima de 0.5 m. A Figura 5 mostra o comportamento da placa conforme varia a posição dos enrijecedores.

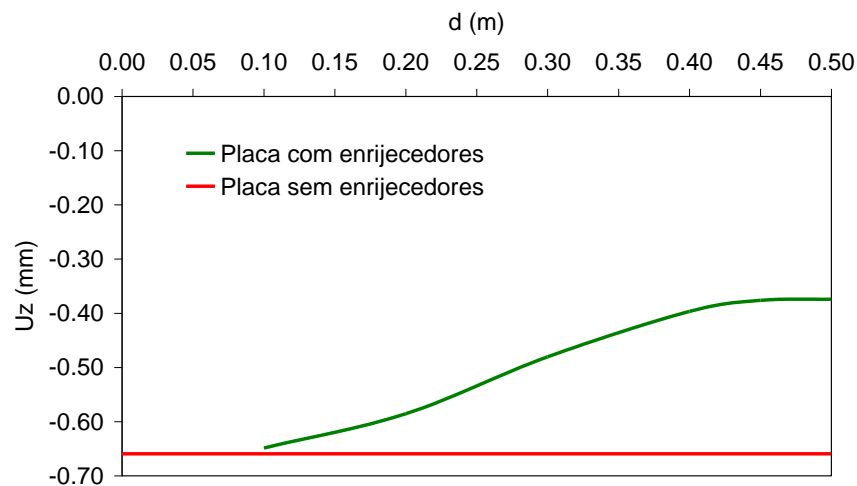


Figura 2. Gráfico representativo do comportamento de U_z com a variação da distância d , para um $\phi = 0.06$.

Com base nestes resultados, chega-se a um valor otimizado para a posição dos enrijecedores (Fig. 6) onde tem-se a deflexão ótima da placa $U_z(mín) = -0.37398$ mm, quando $d = 0.5$ m.

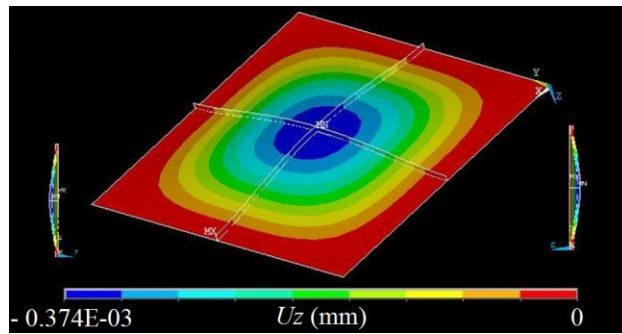


Figura 6. Comportamento da placa enrijecida sob solicitação de flexão: $\phi = 0.06$; $d = 0.5$ m; $U_z = -0.37398$ mm.

A Figura 7 apresenta uma das análises feitas em posição intermediária, ou seja, entre o centro da placa e a borda lateral.

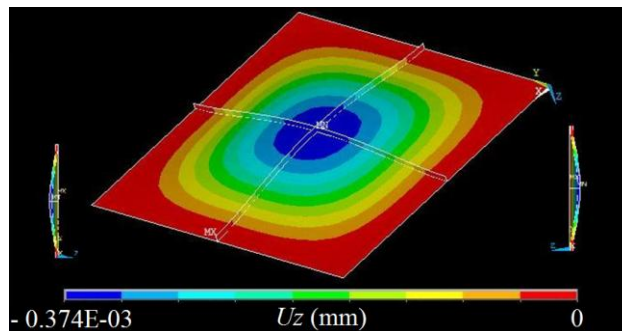


Figura 7. Comportamento da placa enrijecida sob solicitação de flexão: $\phi = 0.06$; $d = 0.3$ m; $U_z = -0.48042$ mm.

Uma segunda otimização é proposta. Ainda mantendo a relação de volumes $\phi = 0.06$, agora a Teoria Constructal será aplicada a fim de otimizar a relação entre h e b , do enrijecedor. Mantendo a área da secção transversal do enrijecedor fixa em $A = 300$ mm² e a placa com o mesmo dimensional, agora será fixada a posição $d = 0.5$ m.

A relação entre b e h deverá respeitar as equações:

$$\lambda = h/b \tag{5}$$

$$h = \sqrt{A/\lambda} \tag{6}$$

$$b = \sqrt{A \cdot \lambda} \tag{7}$$

Tabela 3. Variação da deflexão conforme varia a relação λ .

λ	h (mm)	b (mm)	A (mm ²)	U_z (mm)
10.00	54.77	5.48	300	-0.107
6.67	44.72	6.71	300	-0.144
5.00	38.73	7.75	300	-0.177
4.00	34.64	8.66	300	-0.205
3.33	31.62	9.49	300	-0.231
2.50	27.39	10.95	300	-0.274
2.00	24.49	12.25	300	-0.309
1.54	21.48	13.96	300	-0.351
0.77	15.19	19.75	300	-0.457
0.50	12.25	24.49	300	-0.511
0.10	5.48	54.77	300	-0.623

Com a análise da variação da relação λ , relação esta que varia a espessura e a altura do enrijecedor mantendo a área da secção transversal constante, pode-se observar que conforme aumenta a dimensão h do enrijecedor,

diminui a sua deflexão U_z devido à solicitação imposta pela carga $q = 10$ kPa. A Figura 8 mostra o comportamento da deflexão na placa conforme é variada a relação entre altura e largura do enrijecedor.

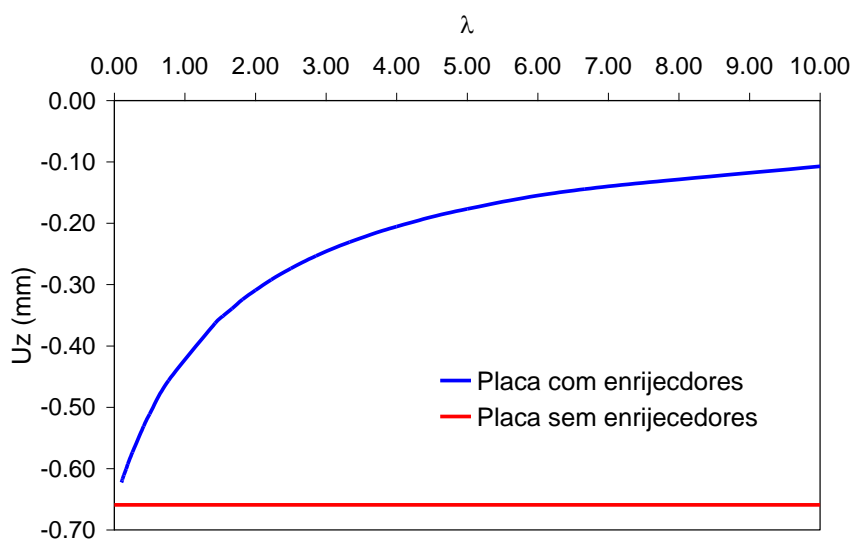


Figura 8. Variação da deflexão U_z da placa em função da variação da relação h/b , para um $\phi = 0.06$.

Através da análise do gráfico apresentado na Fig. 8 pode-se perceber uma configuração ótima, para os parâmetros fixados, que resulta na menor deflexão U_z da placa sob flexão. Esta configuração ótima para uma relação de volumes $\phi = 0.06$ e uma posição $d = 0.5$ m dos enrijecedores (Fig. 9) é quando a relação $\lambda = 10$ é respeitada e o valor obtido numericamente para a deflexão é $U_z = -0.107$ mm.

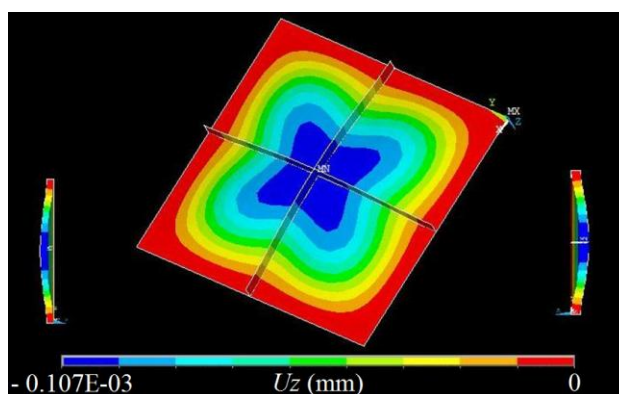


Figura 9. Comportamento da placa enrijecida sob solicitação de flexão: $\phi = 0.06$; $\lambda = 0.10$; $U_z = -0.10725$ mm.

4. CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi combinar a modelagem computacional através do MEF com a Teoria Constructral na otimização geométrica de placas com enrijecedores sob pressão lateral.

Os resultados mostram que a concentração dos enrijecedores na região central da placa é a maneira mais eficiente de minimizar a deflexão transversal da placa. A condição otimizada para o primeiro caso, apresenta uma deflexão $U_z = -0.374$ mm, o que é 43.27% menor do que a deflexão da placa sob mesmas condições, porém, sem os enrijecedores. Quanto ao formato do enrijecedor, os resultados mostram que, para uma mesma quantidade de material, o melhor enrijecedor é aquele que possui a maior relação h/b . Com uma relação $h/b = 10.00$, que é a relação ótima, foi obtida uma deflexão $U_z = -0.107$ mm, o que representa uma melhoria de 83.73% em relação à placa sem enrijecedores. Com os enrijecedores na mesma posição, em $d = 0.5$ m, o segundo caso, onde a área da seção transversal é a mesma e é variada a relação h/b , apresenta uma melhoria de 71.39% na deflexão em relação ao h/b adotado na primeira otimização.

Estes resultados iniciais mostram o potencial da utilização da Teoria Constructral combinada com a modelagem computacional na otimização geométrica de placas com enrijecedores, que são elementos muito utilizados nas estruturas navais e offshore.

No futuro, outras análises deverão ser realizadas considerando-se outras condições de contorno, espessuras de placa, formato e espaçamento de enrijecedores.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANSYS User's Manual (version 10.0), 2005. Swanson Analysis System Inc, Houston.
- Bai, Y., 2003. "Marine Structural Design". pp. 199–210.
- Bathe, K.J., 1996. Finite Element Procedures. Prentice-Hall, New Jersey.
- Bejan, A., 1997. "Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40, N. 4, pp. 799–816.
- Bejan, A., 2000. Shape and structure, from engineering to nature. Cambridge University Press, Cambridge.
- Isoldi, L.A., Real, M.V., Correia, A.L.G., Vaz, J., dos Santos, E.D. e Rocha, L.A.O., 2011. "Geometric Optimization of Tensioned Perforated Plates Based on Constructal Theory – A Stress Concentration Investigation". in Constructal Law Conference, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Vol. 1, pp. 1-11.
- Lorente, S. e Bejan, A., 2002. "Combined "flow and strength" geometric optimization: internal structure in a vertical insulating wall with air cavities and prescribed strength". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 45, pp. 3313-3320.
- Lorente, S., Lee, J. e Bejan, A., 2010. "The "flow of stresses" concept: the analogy between mechanical strength and heat convection". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 53, pp. 2963-2968.
- Okumoto, Y., Takeda, Y., Mano, M. e Okada, T., 2009. "Design of Ship Hull Structures - A Practical Guide for Engineers". Vol. 1, pp. 253–267.
- Real, M.V. e Isoldi, L.A., 2010. "Finite element buckling analysis of uniaxially loaded plates with holes". in Southern Conference on Computational Modeling, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, pp. 69-73.
- Real, M.V., Isoldi, L.A., Correia, A.L.G., Vaz, J., dos Santos, E.D. e Rocha, L.A.O., 2011. "Geometric optimization based on the constructal design of perforated thin plates subject to buckling". in Constructal Law Conference, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Vol. 1, pp. 1-9.
- Rigo, P. e Rizzuto, E., 2003. "Analysis and Design Of Ship Structures". Ship Design and Construction, Vol. 1, pp. 18-1–18-76.
- Rocha, L.A., Real, M.V., Correia, A.L.G., Vaz, J. Dos Santos, E.D. e Isoldi, L.A., 2012. Geometric Optimization Based on the Constructal Design of Perforated Thin Plates Subject to Buckling, Computational Thermal Sciences, Vol. 4, N. 2, pp. 119-129.
- Timoshenko, S. e Woinowsky-Krieger, S., 1959. Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill, Singapore.
- Young, W.C. e Budynas, R.G., 2002. Roark's Formulas For Stress and Strain, 7th ed. McGraw-Hill.
- Zienkiewicz, O.C. e Taylor, R.L., 1989. The Finite Element Method, 4th ed.. McGraw-Hill Book Company, New York.

6. AVISO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso incluído neste paper.