

Aplicação dos métodos FORM e Monte Carlo na avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado recuperadas com PRFC

Paulo André M. Lopes¹, Mauro de V. Real²

¹Escola de Engenharia – FURG, Rio Grande, RS

paulolopes@furg.br

²Escola de Engenharia – FURG, Rio Grande, RS

mauroreal@furg.br

RESUMO: As estruturas de concreto armado situadas em zonas marítimas ou portuárias estão inseridas em um ambiente altamente agressivo, que pode levar a corrosão da armadura de aço comprometendo o seu desempenho, ou mesmo causando ruína da estrutura. No contexto da recuperação de estruturas de concreto armado deterioradas, entre as técnicas mais utilizadas destaca-se o uso de Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono (PRFC). Assim, neste trabalho é feita a avaliação da confiabilidade de vigas em CA recuperadas via utilização de lâminas de PRF. Para efeitos comparativos, os níveis de confiabilidade implícitos para as vigas intactas e vigas danificadas também foram verificados. A avaliação da resistência da seção de concreto reforçada com PRF é feita através do programa MRFLEX. Os índices de confiabilidade são obtidos utilizando os métodos FORM e Monte Carlo.

PALAVRAS-CHAVE: Concreto armado, PRFC, Recuperação Estrutural, FORM, Monte Carlo.

ABSTRACT: The reinforced concrete structures located in marine or sea port areas are embedded in a highly aggressive environment, which can lead to corrosion of steel reinforcement, reducing the performance or even causing collapse of the structure. For the recovery of reinforced concrete damaged structures, among the most used techniques, it is emphasized the use of carbon fiber reinforced polymers (CFRP). Thus, the objective of this work is to evaluate the reliability of RC beams recovered via the use of CFRP layers. For comparative purposes, the implicit reliability levels for intact and damaged beams were also checked. The evaluation of the flexural strength of the section of reinforced concrete with CFRP is made through the MRFLEX program. The reliability indices are obtained using the FORM and Monte Carlo methods.

KEYWORDS: Reinforced Concrete, Structural reliability, CFRP, Monte Carlo, FORM.

1 INTRODUÇÃO

As estruturas de concreto armado situadas em zonas marítimas ou portuárias estão inseridas em um ambiente altamente agressivo, que pode levar a corrosão da armadura de aço comprometendo o seu desempenho, ou mesmo causando ruína da estrutura. No contexto da recuperação de estruturas de concreto armado deterioradas, entre as técnicas mais utilizadas destacam-se o uso de argamassas de alta resistência, a protensão externa, a recuperação com chapas de aço, e o uso de materiais compósitos, tais como lâminas ou laminados à base de fibras de carbono, de vidro, ou de aramida envolvidas por resinas poliméricas. Nos últimos anos, a utilização de *Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono* (PRFC) tem recebido uma grande atenção. Este fato é facilmente compreensível, visto que tais materiais apresentam uma série de vantagens tais como elevada resistência à tração, baixo peso, facilidade de manuseio e de aplicação, e imunidade à corrosão [10,11,12].

Acompanhando este grande interesse, várias recomendações internacionais para o projeto de recuperação estrutural com PRFC já foram desenvolvidas. Veja-se, por exemplo, o FIB Bulletin 14 (2001) [5], o ACI 440.2R (2008) [2] e o JSCE 23 (1997) [8]. Apesar da atenção que tal técnica de reabilitação estrutural vem despertando, no Brasil ainda não existem documentos normativos que tratem deste assunto. No caso das normas vigentes de dimensionamento de estruturas em concreto armado (CA), tais como a NBR 6118:2007 (ABNT, 2007) [4] e o ACI 318-08 (2008) [1], estes códigos vêm sendo calibrados via métodos probabilísticos. Similarmente ao desenvolvimento de tais normas, o estabelecimento de recomendações para o projeto de reforço/ recuperação de estruturas em CA com PRF demandará a utilização de métodos probabilísticos para a determinação dos níveis de confiabilidade implícitos nestes procedimentos. Adicionalmente, a confiabilidade resultante da reabilitação estrutural deverá satisfazer níveis considerados como satisfatórios; definidos dentre os requisitos básicos para o projeto estrutural [11].

Assim, neste trabalho é feita a avaliação da confiabilidade de vigas em CA recuperadas via utilização de lâminas de PRF, para reforço projetado segundo as recomendações do ACI 440.2R (2008) [2]. Para efeitos comparativos, os níveis de confiabilidade implícitos para as vigas intactas e vigas danificadas também foram verificados. Os índices de confiabilidade são obtidos utilizando o método FORM e o método de Monte Carlo. As probabilidades de falha correspondentes às vigas originais, danificadas e recuperadas são comparadas à luz do método empregado para a análise de confiabilidade e da adequação do dimensionamento do reforço estrutural.

2 DESCRIÇÃO DAS VIGAS ANALISADAS

Nove vigas biapoiadas com seção transversal retangular de 30 cm x 90 cm, vão de 10 m, submetidas a uma carga uniformemente distribuída de 30 kN/m (carga de serviço) foram consideradas neste estudo. As propriedades geométricas da seção transversal, a configuração do carregamento e armaduras, são apresentadas na figura 1. O concreto utilizado tem resistência à compressão, f_{ck} , de 25 MPa, os aços utilizados na armadura longitudinal e nos estribos são o CA-50 e o CA-60, respectivamente. Estas vigas foram distribuídas em três grupos, a saber: intactas, danificadas e recuperadas com PRFC. Todas estas três vigas têm a mesma geometria e são constituídas pelos mesmos materiais, diferindo apenas na composição do carregamento, ou seja, na relação carga permanente de serviço / carga variável de serviço, $r = g_k / q_k$, tomada como 3, 1 e 0,33.

As vigas intactas foram projetadas de acordo com as especificações da NBR 6118:2007 - Projeto de Estruturas de Concreto [4]. Para as vigas danificadas considerou-se uma perda de área da armadura tracionada de 30 %, resultando numa área de armadura, A_s , igual a $10,92 \text{ cm}^2$. As vigas recuperadas tiveram o dimensionamento do reforço feito através das recomendações do ACI 440.2R (2008) [2], que foi realizado por Paliga *et al.*[11]. Para o restabelecimento da capacidade de carga original da estrutura, foi projetado um sistema de reforço através da colagem, na face tracionada da viga, de lâminas de PRFC de 15 cm de largura, com área da seção transversal de $0,8271 \text{ cm}^2$ [11].

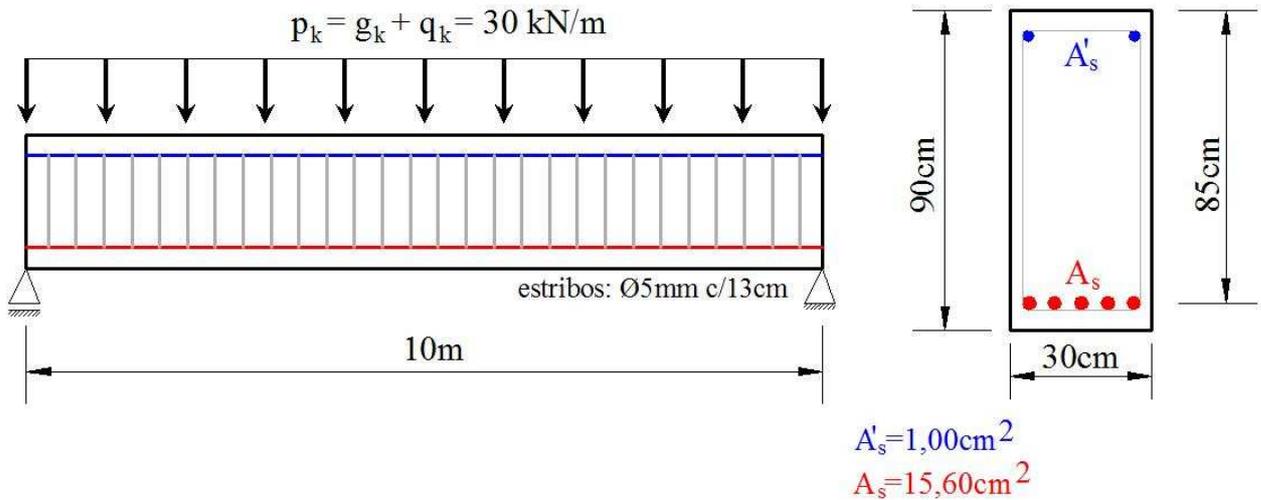


Figura 1 – Detalhes da viga analisada

3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

O problema da confiabilidade estrutural pode ser formulado em termos da margem de segurança, $M = R - S$, onde R é a resistência da estrutura e S o efeito do carregamento. Sendo R e S variáveis aleatórias, M também é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade $f_M(m)$. Neste caso, a falha corresponde ao evento ($M < 0$) sendo a probabilidade de falha dada pela área sob a curva $f_M(m)$ para valores de M inferiores a zero. Se R e S são variáveis aleatórias normais (Gaussianas) e estaticamente independentes, isto é, $N(\mu_R, \sigma_R)$ e $N(\mu_S, \sigma_S)$, respectivamente, a margem de segurança também será uma variável normal, $N(\mu_M, \sigma_M)$ (a notação $N(\mu, \sigma)$ representa uma variável normal com parâmetros média, μ e desvio padrão, σ). A média e o desvio padrão da margem de segurança são dados por Ang e Tang [3]:

$$\mu_M = \mu_R - \mu_Q \quad (1)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2} \quad (2)$$

A probabilidade de falha pode ser obtida pela seguinte equação:

$$P_F = F_M(0) = \Phi\left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (3)$$

onde Φ é a função de distribuição acumulada da variável normal padrão, $N(0,1)$.

Pela equação 3 pode ser observado que a confiabilidade é função da razão μ_M / σ_M , conhecida na literatura como índice de confiabilidade, β , ou seja:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \quad (4)$$

Nos casos mais gerais R e S são funções de variáveis aleatórias e podem resultar em variáveis não-gaussianas. Nestes casos, a relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha não é exata, sendo que outros métodos de análise devem ser utilizados tais como o *First Order Reliability Method* (FORM) e a simulação de Monte Carlo, conforme Ang e Tang [3]. Entretanto, devido à simplicidade apresentada pelo procedimento acima descrito, a determinação do índice de confiabilidade via equação 4 tem sido largamente utilizada na calibração de normas. Veja-se, por exemplo, Szerszen e Nowak [13].

3.1 Método de Monte Carlo (MC) para Estimativa da Probabilidade de Falha

Dado um conjunto de n variáveis aleatórias $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, cada uma delas completamente caracterizada pela sua respectiva função densidade de probabilidade marginal (FDP) $f_{x_i}(x_i)$ e respectiva função de distribuição acumulada marginal (FPA) $F_{x_i}(x_i)$, então a probabilidade de falha, associada a uma função de estado limite $g(\mathbf{X})$ que define uma região de falha e outra de segurança, pode ser calculada por:

$$P_f = \int_{\{\mathbf{X} / g(\mathbf{X}) \leq 0\}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X} = \int_{\mathbf{X}} I[g(\mathbf{X})] \cdot f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X}, \quad (5)$$

onde $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias, e $I[g(\mathbf{X})]$ é uma função indicadora, definida por:

$$I[g(\mathbf{X})] = \begin{cases} 1 & \text{se } g(\mathbf{X}) \leq 0; \\ 0 & \text{se } g(\mathbf{X}) > 0. \end{cases} \quad (6)$$

Com o uso da função indicadora é possível calcular a integral da equação (5) sobre todo domínio e não só na região de falha. Além disso, o resultado da equação (5) representa o valor esperado (valor médio) da função indicadora. Dessa forma a probabilidade de falha pode ser estimada através da seguinte expressão:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{ns} \sum_j^{ns} I[g(\mathbf{X}^j)], \quad (7)$$

onde ns é o número de simulações, \mathbf{X}^j é o j -ésimo vetor de amostras simulado contendo as n variáveis e $\sum_j^{ns} I[g(\mathbf{X}^j)]$ representa o somatório do número de simulações que caíram na região de falha (nf). Dessa forma, a equação (7) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\hat{P}_f = \frac{nf}{ns}. \quad (8)$$

Obviamente, a precisão da estimativa de \hat{P}_f depende do número de simulações (ns) realizadas. Para uma pequena probabilidade de falha e/ou um pequeno número de simulações, a estimativa de \hat{P}_f dada pela equação (8) pode carregar um erro considerável. A precisão da equação (8) pode ser avaliada através do coeficiente de variação da probabilidade de falha estimada ($\hat{\delta}_{P_f}$), que é calculado assumindo que cada simulação se constitui em um processo de Bernoulli. Portanto, o número de falhas em ns simulações é considerado seguindo uma distribuição Binomial. Assim, o desvio padrão é estimado por:

$$\hat{\sigma}_{P_f} = \sqrt{\frac{(1 - \hat{P}_f) \hat{P}_f}{ns}}. \quad (9)$$

Para um cálculo preciso do estimador da probabilidade de falha, o respectivo coeficiente de variação ($\hat{\delta}_{P_f}$), definido na equação (10) Haldar e Mahadevan [7], pode ser usado como critério de parada das simulações.

$$\hat{\delta}_{P_f} = \frac{\hat{\sigma}_{P_f}}{\hat{P}_f} = \sqrt{\frac{(1 - \hat{P}_f)}{ns \cdot \hat{P}_f}} \quad (10)$$

Neste trabalho, a precisão do método de Monte Carlo foi considerada satisfatória quando o coeficiente de variação calculado pela equação (10) atingiu o valor de 0,01.

A equação (10) mostra que a estimativa do coeficiente de variação depende da probabilidade de falha estimada. Por exemplo, para um valor de probabilidade de falha de 10^{-5} (valor usual das probabilidades de falha em estruturas), são necessárias um número médio de 106 simulações para atingir uma precisão satisfatória. Uma vez que a probabilidade de falha estimada \hat{P}_f é calculada por simulações, usando a equação (10), o índice de confiabilidade β é obtido pela expressão:

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - \hat{P}_f) \quad (13)$$

onde Φ^{-1} é a inversa da função densidade probabilidade normal acumulada padrão.

3.2 Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM)

O método FORM (First Order Reliability Method), amplamente utilizado para estimar a probabilidade de falha, usa uma aproximação linear da função de estado limite nas redondezas do ponto de projeto, com a finalidade de obter o índice de confiabilidade β . Além disso, o método FORM permite calcular o índice de confiabilidade independente da expressão utilizada como função de estado limite. Para variáveis decorrelacionadas, o vetor de variáveis aleatórias \mathbf{X} pode ser transformado em um vetor de variáveis decorrelacionadas no espaço gaussiano padrão \mathbf{U} fazendo:

$$\mathbf{U} = \Phi^{-1}[F_x(\mathbf{X})] \quad (14)$$

onde $F_x(\mathbf{X})$ e Φ^{-1} são respectivamente a função de distribuição acumulada e a inversa da função de distribuição acumulada padrão do vetor de variáveis aleatórias \mathbf{X} . Dessa forma, a função margem de segurança $g(\mathbf{X})$ pode ser transformada para o espaço padrão decorrelacionado \mathbf{U} , obtendo-se uma nova função de estado limite $H(\mathbf{U})$, de forma que :

$$H(\mathbf{U}) \equiv g(\mathbf{X}) \quad (15)$$

Obtendo-se uma aproximação de primeira ordem para a função de estado limite no ponto de projeto \mathbf{U}^* , calcula-se a menor distância da função de estado limite aproximada $H(\mathbf{U}) = 0$ com relação à origem do espaço padrão decorrelacionado \mathbf{U} , através do uso de um método de gradiente. O valor desta distância representa o índice de confiabilidade β .

$$\beta = \min(\mathbf{U}^{*T} \cdot \mathbf{U}^*)^{1/2} \quad (16)$$

Para a solução deste problema adotou-se a solução iterativa proposta por Rackwitz-Fiessler (1978), Haldar e Mahadevan [7], a qual pode ser escrita como:

$$\mathbf{U}_{k+1}^* = \left[\nabla H(\mathbf{U}_k^*)^T \mathbf{U}_k^* - H(\mathbf{U}_k^*) \right] \nabla H(\mathbf{U}_k^*) / \left| \nabla H(\mathbf{U}_k^*) \right|^2 \quad (17)$$

onde ∇H é o gradiente da função de estado limite (margem de segurança) e \mathbf{U} é o vetor de variáveis probabilísticas no espaço normal descorrelacionado. O símbolo $|\cdot|$ representa a norma euclidiana e k é o contador de iterações. Foi adotado como critério de parada um valor absoluto de 10^{-3} para a diferença (norma euclidiana) entre os vetores que representam os pontos de projeto em iterações sucessivas.

Na equação (17), todas as variáveis no espaço real são consideradas descorrelacionadas. Se alguma correlação existe, uma decomposição de Cholesky da matriz de covariância é utilizada antes da transformação do espaço real para o espaço padrão descorrelacionado, conforme Haldar e Mahadevan [7].

4 ESTATÍSTICAS DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS ENVOLVIDAS NO PROBLEMA

Na Tabela 1 encontram-se as estatísticas das propriedades mecânicas dos materiais utilizados nas vigas analisadas. Nesta tabela f_k é o valor característico da resistência, f_m é o valor médio da resistência, σ_f é o desvio padrão, V_f é o coeficiente de variação, E_m é o valor médio do módulo de elasticidade do material. A correspondente distribuição de probabilidade é indicada na última coluna da direita.

Tabela 1 – Estatísticas das propriedades mecânicas dos materiais utilizados.

Materiais	f_k (MPa)	f_m (MPa)	σ_f (MPa)	V_f (%)	E_m (GPa)	Distribuição
Concreto	25	33,2	4,98	15	29,77	Normal
Aço CA-50	500	598,4	59,84	10	210	Normal
Aço CA-60	600	718,1	71,81	10	210	Normal
PRFC	3099,5	3400	170	5	230	Weibull

As estatísticas do carregamento aplicado, são apresentadas na Tabela 2. Tais estatísticas se baseiam nas informações sugeridas por Galambos et al. [6] para a variabilidade da carga permanente e da carga variável (razão média/valor característico, coeficiente de variação e tipo de distribuição).

Tabela 2 – Estatísticas do carregamento.

g_k / q_k	Carga total	Carga permanente				Carga variável			
	p_k (kN/m)	g_k (kN/m)	g_m (kN/m)	V_g (%)	Distribuição	q_k (kN/m)	q_m (kN/m)	V_q (%)	Distribuição
3	30	22,5	23,625	10	Normal	7,5	7,5	25	Tipo I
1	30	15	15,75	10	Normal	15	15	25	Tipo I
1/3	30	7,5	7,875	10	Normal	22,5	22,5	25	Tipo I

5 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE

5.1 Função de desempenho

A relação determinística utilizada neste trabalho para descrever o desempenho da estrutura, também conhecida como *função de desempenho*, é dada por:

$$g(X) = R - G - Q, \quad (18)$$

onde X é o vetor das variáveis básicas, $X = \{R, G, Q\}$, R é a resistência da viga (carga de ruptura), G é a carga permanente e Q a carga variável. Deve-se observar que no problema em questão R é uma função implícita das seguintes variáveis aleatórias: resistência à compressão do concreto, resistência ao escoamento do aço (armaduras longitudinais). No caso das vigas recuperadas, R também é função da resistência à tração do PRFC. A determinação de R é feita através do programa MRFLEX.

O Programa MRFLEX é um algoritmo para a determinação do momento resistente último de uma seção retangular de concreto armado reforçada com polímero reforçado com fibras (PRF) em sua face inferior. Considera-se uma distribuição linear de deformações ao longo da altura da seção, considerando as hipóteses de seções planas após a deformação, compatibilidade de deformações ao longo da altura da seção e aderência perfeita entre o reforço em PRFC e o substrato de concreto. Esta distribuição de deformações deve obedecer aos domínios de deformação na ruptura recomendados pela norma brasileira NBR-6118/2007 [4]. No entanto, na presença de reforço com material compósito, a deformação limite na face tracionada é modificada para que a ruptura do reforço possa ser atingida.

Uma vez conhecida a distribuição de deformações na seção, as tensões são determinadas a partir dos diagramas tensão-deformação de cada material. As tensões no concreto no estado limite último são representadas através do diagrama retangular de tensões simplificado. O aço das armaduras é modelado como um material elasto-plástico perfeito. O polímero reforçado com fibras (PRF) é considerado como um material elástico linear, com ruptura frágil, ou seja, sem patamar de escoamento.

A equação de equilíbrio de forças na seção permite a determinação da profundidade do eixo neutro. Neste procedimento é empregado o Método de Illinois, para a solução de equações não-lineares. Uma vez calculada a posição da linha neutra e as tensões em todos os materiais, o momento resistente último é obtido através da equação de equilíbrio de momentos na seção transversal.

Estabelecendo-se uma relação entre a carga atuante sobre a viga e o momento resistente último na seção mais solicitada, pode-se determinar a carga de ruptura da viga.

5.2 Estatísticas da carga de ruptura

A simulação de Monte Carlo foi utilizada para a obtenção das estatísticas da carga de ruptura para cada uma das vigas analisadas. Para tal: (i) o programa MRFLEX foi utilizado como relação determinística, e (ii) a geração de números aleatórios consistente com as estatísticas das propriedades mecânicas dos materiais apresentadas na Tabela 1 foram utilizadas. Para este modelo foi possível a geração de amostras contendo 1.000.000 de elementos para cada viga. Testes de aderência (χ^2 e Kolmogorov-Smirnov) indicaram que a distribuição da carga de ruptura é melhor representada por uma distribuição normal de probabilidade.

As estatísticas da carga de ruptura para as vigas original, danificada e recuperada, obtidas pelo modelo MRFLEX, são apresentadas na tabela 3.

Tabela 3 – Estatísticas da carga de ruptura segundo o modelo MRFLEX.

Viga	MRFLEX	
	Média	Desvio Padrão
Original	59.97	5.32
Danificada	42.69	3.85
Recuperada	61.13	3.83

5.3 Cálculo da probabilidade de falha

Neste estudo, dois procedimentos distintos são utilizados para o cálculo da probabilidade de falha da viga. O primeiro se baseia nas equações 3 e 4 apresentadas no item 3; já o segundo se baseia na utilização dos métodos FORM e Monte Carlo para avaliação de confiabilidade.

No primeiro procedimento, a média e o desvio padrão para a carga de ruptura (Tabela 3, MEF) e carregamento total atuante ($G + Q$) são utilizados na equação 4 para o cálculo do índice de confiabilidade β . Conhecido o índice de confiabilidade, a probabilidade de falha é calculada a partir da equação 3. Deve-se ressaltar que conforme mencionado no item 3, este procedimento fornece resultados exatos apenas nos casos em que R , S , e conseqüentemente a margem de segurança, seguem uma distribuição normal. A Tabela 4 apresenta os

resultados obtidos para o índice de confiabilidade β e a probabilidade de falha para as nove vigas consideradas neste estudo.

Tabela 4 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade para as vigas analisadas (procedimento 1).

$r = G/Q$	Viga original		Viga danificada		Viga recuperada	
	P_f	β	P_f	β	P_f	β
3	1,20E-06	4,72	9,02E-03	2,36	3,76E-10	6,15
1	6,40E-06	4,36	1,65E-02	2,13	2,70E-08	5,44
1/3	7,15E-05	3,80	3,63E-02	1,79	3,57E-06	4,49

No segundo procedimento foram utilizadas as estatísticas das variáveis básicas, apresentadas nas tabelas 1 e 2, e a equação 5 para avaliação da função de estado limite. As tabelas 5 e 6 apresentam os resultados obtidos com os métodos FORM e Monte Carlo respectivamente.

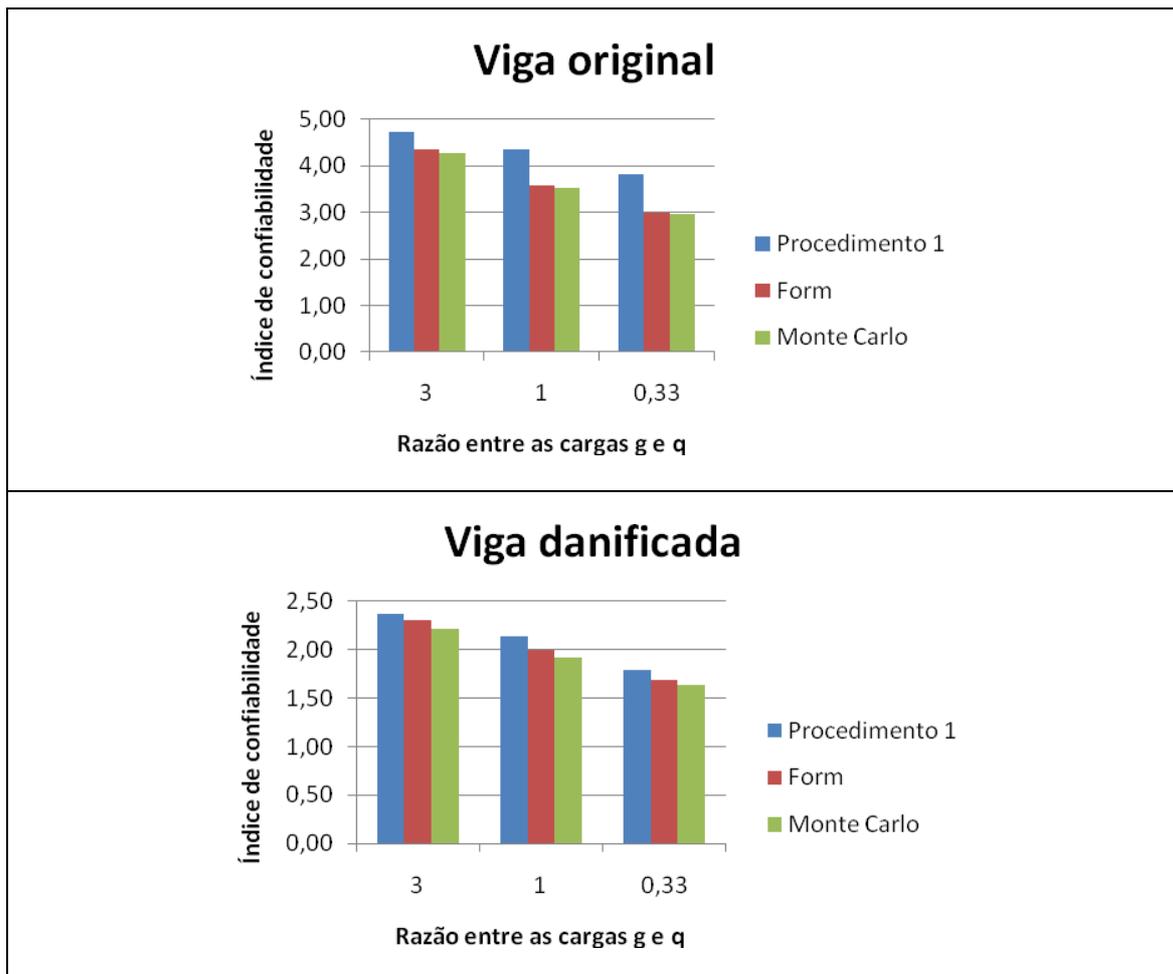
Tabela 5 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade para as vigas analisadas (procedimento 2 - FORM).

$r = G/Q$	Viga original		Viga danificada		Viga recuperada	
	P_f	β	P_f	β	P_f	β
3	6,50E-06	4,36	1,07E-02	2,30	9,96E-08	5,20
1	1,72E-04	3,58	2,33E-02	1,99	4,61E-05	3,91
1/3	1,44E-03	2,98	4,65E-02	1,68	7,36E-04	3,18

Tabela 6 – Probabilidade de falha e índice de confiabilidade para as vigas analisadas (procedimento 2 –Monte Carlo).

$r = G/Q$	Viga original		Viga danificada		Viga recuperada	
	P_f	β	P_f	β	P_f	β
3	1,02E-05	4,26	1,36E-02	2,21	1,79E-07	5,09
1	2,24E-04	3,51	2,74E-02	1,92	5,44E-05	3,87
1/3	1,49E-03	2,97	5,16E-02	1,63	7,36E-04	3,18

A figura 2 apresenta uma comparação entre os valores estimados pelos dois procedimentos para o índice de confiabilidade β .



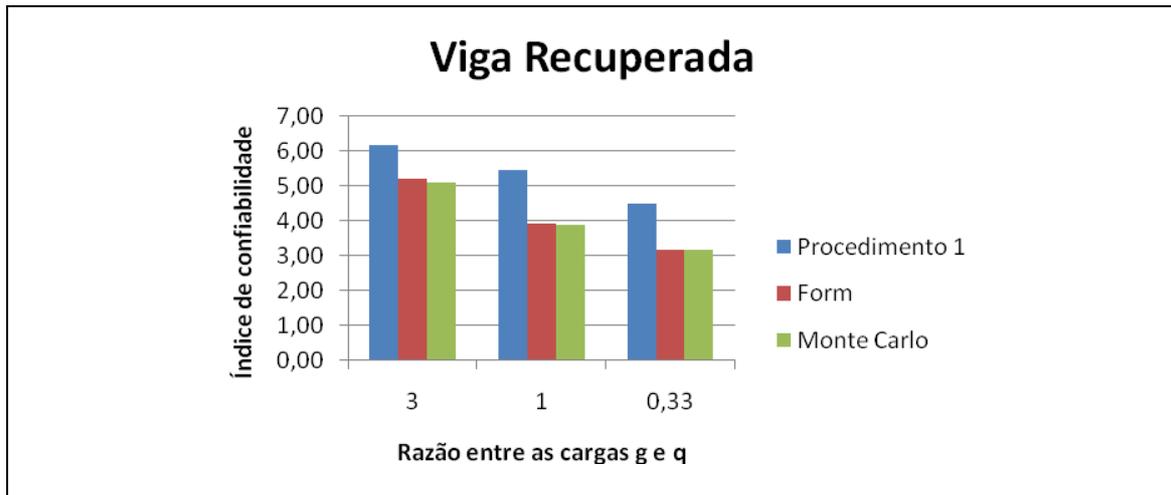


Figura 2 – Comparação entre os resultados estimados pelos três procedimentos para o índice de confiabilidade β .

Conforme mencionado anteriormente, o número de simulações necessárias para se obter uma boa precisão com o método de Monte Carlo depende do valor de β . As tabelas 7 e 8 apresentam uma comparação entre o número de simulações necessárias utilizando os métodos FORM e Monte Carlo.

Tabela 7 – Número de avaliações da função de estado limite $g(X)$ (procedimento 2 - FORM).

$r = G/Q$	Viga original	Viga danificada	Viga recuperada
	Número avaliações de $g(X)$	Número avaliações de $g(X)$	Número avaliações de $g(X)$
3	155	99	127
1	99	85	85
1/3	71	71	85

Tabela 8 – Número de avaliações da função de estado limite $g(X)$ (procedimento 2 – Monte Carlo).

$r = G/Q$	Viga original	Viga danificada	Viga recuperada
	Número avaliações de $g(X)$	Número avaliações de $g(X)$	Número avaliações de $g(X)$
3	$>1,00E10^7$ *	$7,4E10^5$	$>1,00E10^7$ *
1	$>1,00E10^7$ *	$3,6E10^5$	$>1,00E10^7$ *
1/3	$6,43E10^6$	$1,9E10^5$	$>1,00E10^7$ *

* no método de Monte Carlo foi considerado um número máximo de simulações de $1,00E10^7$.

6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

6.1 Procedimento empregado na análise de confiabilidade

A comparação dos procedimentos utilizados para a análise de confiabilidade indica que o procedimento 1 fornece menores probabilidades de falha (e dessa forma maiores índices de confiabilidade) do que aquelas obtidas via procedimento 2. Deve-se ressaltar que conforme o exposto no item 3, o procedimento 1 fornece resultados exatos apenas nos casos em que a carga de ruptura e o carregamento total, e consequentemente a margem de segurança, seguem uma distribuição normal. É interessante notar que, a despeito das limitações apresentadas pelo procedimento 1, este procedimento tem sido largamente utilizado na calibração de normas (veja-se, por exemplo, Szerszen e Nowak [13]). Entretanto, conforme mostrado neste estudo, tal procedimento pode subestimar de forma significativa a probabilidade de falha de uma viga.

Com relação aos resultados obtidos pelo procedimento 2, utilizando FORM e Monte Carlo, pode ser observado que os valores obtidos para a probabilidade de falha e para o índice de confiabilidade são muito parecidos, conforme evidencia a figura 2. Entretanto o custo computacional do método FORM é muito menor do que Monte Carlo, conforme evidenciam as tabelas 7 e 8. Este fato é de suma importância em trabalhos futuros, nos quais se pretende utilizar modelos físicos, utilizando o método dos elementos finitos, que representem de forma mais real o comportamento das estruturas danificadas de concreto armado reforçadas com lâminas de PRF, modelando inclusive a possível falha causada pelo descolamento da lâmina de PRF [10, 12].

6.2 Níveis de confiabilidade obtidos

Através dos resultados apresentados nas Tabelas 4 a 6 pode-se observar que a razão carga permanente/ carga variável tem uma grande influência nos níveis de confiabilidade obtidos. Nota-se que quanto maior a razão r , maior o índice de confiabilidade e consequentemente menor a probabilidade de falha correspondente. Este fato se deve à menor variabilidade da carga permanente ($V_g = 0,10$) quando comparada à carga variável ($V_q = 0,25$). Por exemplo, para as vigas recuperadas, as probabilidades de falha obtidas são

1×10^{-6} e $1,064 \times 10^{-3}$, para $r = 3$ e $r = 1/3$, respectivamente, ou seja uma diferença da ordem de 10^3 vezes. Uma tendência similar também é observada para as vigas originais. Isto indica que, embora o projeto semi-probabilístico tenha como objetivo a uniformização dos níveis de confiabilidade para uma determinada classe de componentes estruturais e/ou estruturas, tais objetivos poderão ser satisfeitos apenas dentro do contexto do projeto probabilístico [11].

Os resultados apresentados nas Tabelas 4 a 6 indicam que, para uma mesma razão de carregamento, os níveis de confiabilidade obtidos para a viga recuperada são similares àqueles apresentados pela viga original. Assim, pode-se concluir que os procedimentos utilizados para o dimensionamento do reforço das vigas recuperadas conduziram a níveis de confiabilidade também satisfatórios.

7 SUMÁRIO, CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, a confiabilidade de vigas em CA recuperadas via utilização de lâminas de PRF foi avaliada. Para efeitos comparativos, os níveis de confiabilidade implícitos para as vigas intactas e vigas danificadas também foram verificados. A simulação de Monte Carlo foi utilizada para a obtenção das estatísticas da carga de ruptura e tais informações foram utilizadas em dois procedimentos distintos para a análise de confiabilidade. O primeiro se baseia nas equações 3 e 4 apresentadas no item 3; já o segundo se baseia na utilização dos métodos FORM e Monte Carlo para avaliação de confiabilidade. Os índices de confiabilidade e probabilidades de falha correspondentes às vigas originais, danificadas e recuperadas foram comparados à luz da adequação do método empregado para a análise de confiabilidade e do dimensionamento do reforço estrutural.

Verificou-se que o procedimento 1 superestima os valores do índice de confiabilidade em todas as nove vigas analisadas. Os métodos de Monte Carlo e FORM produziram resultados muito semelhantes para a confiabilidade das vigas, entretanto ficou comprovado que o custo computacional é drasticamente reduzido através do uso do método FORM.

Foi observado também que a razão carga permanente/ carga variável tem uma grande influência nos níveis de confiabilidade obtidos e que embora o projeto semi-probabilístico tenha como objetivo a uniformização dos níveis de confiabilidade (para uma determinada classe de componentes estruturais e/ou estruturas), tais objetivos poderão ser satisfeitos apenas dentro do contexto do projeto probabilístico.

É um fato largamente conhecido, que o descolamento das lâminas de PRFC pode ter uma influência significativa na carga de ruptura da viga reforçada. Desta maneira, a utilização de um modelo não linear de elementos finitos, capaz de lidar com o fenômeno do descolamento do PRF, é o próximo passo para tornar mais realistas os índices de confiabilidade estimados. A estimativa da confiabilidade via FORM, permite o processo de avaliação da função de estado limite através de elementos finitos, com um custo computacional viável.

Outra possibilidade de trabalho futuro é a otimização da espessura da placa de reforço para atingir um índice de confiabilidade pré-estabelecido.

8 REFERÊNCIAS

1. ACI COMMITTEE 318. **Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary (ACI 318-08)**, American Concrete Institute, 471 p, 2008.
2. ACI COMMITTEE 440. **Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures**. American Concrete Institute, 2008.
3. ANG, A. H-S.; TANG, W. H. **Probability concepts in engineering planning and design. Volume II: Decision, risk, and reliability**. New York, John Wiley & Sons, 1984.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. NBR 6118, Rio de Janeiro, 2007.
5. FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Externally bonded FRP reinforcement for RC Structures**. Bulletin 14, Lausanne, Switzerland, 2001.
6. GALAMBOS, T.V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J.G.; CORNELL, C.A.. **Probability based load criteria: Assessment of current design practice**. Journal of the Structural Division, v.108, p.959-977, May, 1982.
7. HALDAR, A.; MAHADEVAN, S.. **Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design**. New York, John Wiley & Sons, 1999.
8. JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials**. JSCE, Concrete engineering series 23, 1997.
9. MELCHERS, R. E. **Structural Reliability Analysis and Prediction**, John Wiley & Sons, 1999.
10. PALIGA, C. M. Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do método de Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos. Porto Alegre: PPGEC/UFRGS, 2008. Tese de doutorado em engenharia civil.
11. PALIGA, C.M.; CAMPOS FILHO, A.; REAL, M.V.; DINIZ, S.M.C. Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado, pesadamente carregadas, recuperadas com PRFC. In: Anais do 51º Congresso Brasileiro do Concreto – CBC2009. Salvador, IBRACON, 2009.

12. PALIGA, C.M.; CAMPOS FILHO, A.; REAL, M.V. Finite element model for numerical analysis of strengthened reinforced concrete structures. IBRACON Structural Journal. v.3, p.177 - 200, 2007.
13. SZERSZEN, M.; NOWAK, A. **Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 2 – Reliability Analysis and Resistance Factors**, ACI Structural Journal, ACI, 100(3), pp. 377-382, 2003.