



AVALIAÇÃO DA DEFORMAÇÃO EM LAJES BIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO

Marcio Wrague Moura (1)

Narbal Ataliba Marcellino (2)

(1) Mestrando, Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil
email: mwmoura@ecv.ufsc.br

Caixa Postal 476,88010-900, Florianópolis - SC

(2) Professor Adjunto, Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Civil
email: narbal@ecv.ufsc.br

Caixa Postal 476,88010-900, Florianópolis - SC

Resumo

A avaliação da deformação excessiva para peças fletidas de concreto armado é abordada pela norma em vigor. O texto conclusivo do projeto de revisão de 2001 adota para o cálculo de deformações em vigas, a inércia equivalente, que leva em consideração a contribuição do concreto não fissurado e entre as fissuras, que implica na consideração do aumento da rigidez da peça. Já para o caso das lajes bidirecionais de concreto armado, não é apresentada nenhuma formulação de inércia equivalente. O cálculo de flechas com inércia do estágio I fornece resultados contra a segurança nos casos de laje onde o momento de fissuração é ultrapassado em serviço e portanto a laje está fissurada. Já o cálculo com inércia do estágio II fornece resultados com flechas excessivas pois não considera a parte íntegra da peça e sua contribuição para o aumento da rigidez. Neste trabalho são apresentadas considerações para o cálculo do estado limite de deformação excessiva para as lajes bidirecionais. Como exemplo foram obtidas as flechas variando de 0,5 m para as dimensões 4x4 até 8x8 m adotando a inércia equivalente e considerando o momento de serviço para a definição do estágio a considerar no cálculo da flecha.

1 Introdução

1.1 Deformações nas estruturas

As deformações do concreto podem ser classificadas como:

- Deformações que dependem do carregamento: destacando-se a deformação elástica imediata e a deformação lenta (fluência);
- Deformações independentes do carregamento: ou seja, dependentes da variação de volume causada por retração e por variação de temperatura.

As deformações que dependem do carregamento tem direção definida. A deformação elástica imediata ocorre por ocasião da aplicação do carregamento e é reversível, removido o carregamento, a peça retorna a configuração original. A deformação lenta é definida como o aumento de deformação sob tensão constante. Esta parcela exerce importante influência no valor da flecha final.

As deformações independentes do carregamento, não têm direção definida. A retração é o fenômeno caracterizado pela redução do volume do concreto causada principalmente pela evaporação da água contida nos poros do concreto. A presença dessa água livre se deve ao fato de que a quantidade de água utilizada na mistura do concreto normalmente é maior do que a necessária para as reações de hidratação do cimento.

O efeito da retração numa peça de concreto armado sob flexão caracteriza-se pela contração diferencial das faces do elemento, resultando em flechas. Esta contração diferencial é devida ao fato de que nas regiões onde há armadura, a contração é parcialmente impedida, provocando o abaulamento da peça. O mesmo abaulamento pode ser causado por variações de temperatura. Neste caso, uma face do elemento expande mais do que a outra, por apresentar maior temperatura. As deformações dependentes do carregamento, quando existentes, são as mais significativas para a avaliação das deformações nas estruturas de concreto.

1.2 Verificações no Estado Limite de Serviço

As estruturas de concreto armado não são projetadas apenas para atender os critérios de segurança contra ruína, mas também para satisfazer as condições de serviço.

O cálculo do estado limite último é indispensável para conferir as estruturas um nível adequado de segurança em relação à ruína, já o cálculo dos estados limites de serviço são indispensáveis para garantir um desempenho satisfatório das estruturas em condição de serviço.

Deve-se analisar o comportamento da estrutura sob condições normais de utilização, ou seja, antes da ruína. Assim, a estrutura deve ser suficientemente rígida para que suas deformações, sob a ação das cargas de serviço, não provoquem danos inaceitáveis em elementos não estruturais, não afetem o seu uso ou a sua aparência, nem causem desconforto aos usuários. Além disso, o grau de fissuração, deve estar num limite aceitável nas peças fletidas de concreto armado, de modo a não afetar a durabilidade da estrutura. Portanto, torna-se indispensável a verificação dos estados limites de serviço.

Assim, o que se procura é a limitação das deformações da estrutura e da abertura das fissuras na superfície da peça.

1.3 Estado Limite de Deformação Excessiva

A verificação deste estado limite tem por objetivo garantir as boas condições de uso da estrutura. Além do aspecto visual. A ocorrência de flechas com valores que ultrapassem os limites podem gerar desconforto aos usuários e causar danos a elementos estruturais e não-estruturais, interferindo desfavoravelmente no funcionamento e durabilidade das estruturas.

1.2.1 Danos Provocados pela deformação excessiva:

Dentre os diversos danos provocados por deformação excessiva, citam-se:

- Necessidade de nivelamento de superfícies que deveriam ser horizontais, através de revestimento adicional que além de representar um aumento do custo total da obra, tendem a provocar aumento das flechas, devido ao acréscimo da carga nas lajes;
- Em lajes de cobertura ou varandas em balanço, flechas excessivas podem causar uma inversão da inclinação prevista interferindo na drenagem das águas pluviais;
- Paredes não estruturais de alvenaria podem apresentar fissuras se ocorrerem flechas excessivas nas lajes ou vigas as quais se apóiam. Devido a grande rigidez dessas paredes elas não conseguem acompanhar a deformação dos elementos flexíveis de apoio e, assim, surgem fissuras inclinadas de cisalhamento;
- Deformações de lajes e vigas podem afetar o bom funcionamento de esquadrias de portas e janelas e, em particular, os grandes painéis de vitrinas;
- Aumenta a probabilidade de ocorrência de flambagem de paredes e pilares esbeltos, devido a rotação provocada pela deformação da laje ou de vigas esbeltas do piso, que estejam ligadas rigidamente a flexão com os respectivos apoios;
- O ângulo de rotação do apoio de lajes que apresentam flechas pode por em risco a estabilidade de paredes de alvenaria ou causar fissuras horizontais nas paredes externas, ao longo do bordo inferior da laje, nas paredes internas, esta fissuração representa apenas um problema de caráter estético. As fissuras das paredes externas, ao contrário, podem permitir a penetração de umidade, o que não é desejável do ponto de vista da durabilidade;
- Vibrações em pisos causam sensações desagradáveis aos usuários. Essas vibrações decorrem de deformações excessivas associadas à pequena rigidez;
- Em regiões de junta de dilatação, deformações diferenciais entre os elementos estruturais adjacentes podem influenciar desfavoravelmente na qualidade das estruturas. No caso de pontes, essas deformações podem, inclusive, gerar conseqüências bastante negativas para a segurança do tráfego;
- Flechas excessivas podem causar o aparecimento de fissuras na peça, afetando a estética e a durabilidade.

1.2.2 Fatores que tem influência na determinação da flecha

O cálculo das flechas é dificultado pelo fato de que devem ser consideradas várias influências, muitas vezes de difícil avaliação. Dentre essas muitas influências, as principais são a fissuração, a fluência e a retração, que em geral, tendem com o passar do tempo a produzir um aumento no valor das deformações finais.

O cálculo da flecha total ou diferida é baseado na flecha imediata levando a uma estimativa da situação final. Uma análise mais adequada deve levar em conta as influências citadas anteriormente, cujos efeitos aumentam substancialmente as flechas finais. A consideração da fissuração é feita pela consideração do respectivo momento de inércia, como é descrito a seguir.

1.3 Combinação quase-permanente de serviço

Na verificação do estado limite de deformação excessiva, deve ser considerada a combinação quase-permanente de serviço, na qual as ações fixas tomam seu valor inteiro enquanto que as ações variáveis são decrescidas por um fator de combinação ψ_2 , que é fornecido pela Tabela 13 da NBR 6118 (2001) e vale 0,3 para edifícios residenciais em geral em locais onde não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por um grande período de tempo, nem de elevada concentração de pessoas e 0,4 para edifícios comerciais e de escritórios e 0,6 para Bibliotecas, arquivos, oficinas e garages. A combinação quase-permanente pode atuar durante grande parte da vida útil da estrutura, num período da ordem de 50% da vida útil.

1.4 Situações a considerar

1.4.1. Elementos não-fissurados (Estádio I)

Se o momento de serviço for menor que o momento de fissuração, deve-se calcular a rigidez no estágio I, podendo-se considerar a seção homogeneizada e a contribuição integral da resistência do concreto a tração. Pode-se ainda tomar o módulo de elasticidade do concreto tangente na origem, devido ao baixo nível de sollicitação.

1.4.2 Elementos fissurados (Estádio II)

Neste caso, há que se considerar a significativa influência da fissuração sobre a rigidez do elemento. Essa influência é de difícil avaliação pois depende de vários fatores inclusive do grau de fissuração, que é um fenômeno progressivo, e dos momentos aplicados, que sofrem redistribuição a medida que as fissuras se desenvolvem.

Considerar toda a peça com rigidez no estágio II, não constitui uma medida apropriada, visto que não condiz com a realidade, pois a peça está fissurada apenas nos locais onde o momento de serviço já ultrapassou o momento de fissuração. De fato, em peças solicitadas, que apresentam alto grau de fissuração, a peça apresenta comportamento de estágio II, mas a medida que nos aproximamos de regiões menos solicitadas, como apoios em lajes simplesmente apoiadas, vimos que estas seções, provavelmente não fissuradas, apresentam comportamento de estágio I. Deste modo, um procedimento coerente, consiste em considerar um grau de fissuração intermediário, entre o da peça não fissurada e o da peça fissurada. Deve-se utilizar uma rigidez equivalente, entre o estágio I e o estágio II, pois a peça apresenta regiões fissuradas e regiões entre fissuras, configurando uma situação intermediária. A NBR 6118 (2001) considera para as vigas a formulação de Branson para a solução deste problema, também usada pelo ACI 318 (1989), apresentada a seguir, onde a inércia equivalente I_{eq} assume um valor intermediário entre os momentos de inércia dos estádios I e II.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_2 \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad [1.1]$$

Onde

$(EI)_{eq}$ = rigidez equivalente

M_r = momento de fissuração, definido pela NB-1/2001;

$M_a = M_{ser}$ = momento de serviço, calculado para combinação quase-permanente;

I_c = momento de inércia da seção bruta (estádio I);

I_2 = momento de inércia estágio II.

O uso da seção bruta justifica-se pela pequena diferença entre a seção homogeneizada e a seção íntegra.

2 Verificação da deformação excessiva em lajes bidirecionais

A adaptação do roteiro sugerido para a verificação da deformação excessiva em lajes bidirecionais é sugerida por Pinheiro, 1988 e Carvalho & Figueiredo Filho, 2000 e na sequência a seguir foi adaptada as recomendações do último projeto de revisão.

2.1 Roteiro para a determinação das flechas em lajes bidirecionais

No caso das lajes adapta-se o processo sugerido pelo projeto final de revisão da NBR 6118 (2001) para as vigas, onde calculamos inicialmente os momentos de serviço e as inércias para os estádios I e II, e utilizamos a fórmula de Branson para obter a inércia equivalente quando se constata que o momento de serviço é maior que o momento de fissuração. E usa-se a tabela de Bares adaptada por Pinheiro, 1988 ou por Carvalho e Figueiredo Filho, 2000 para obter o coeficiente para o cálculo da flecha imediata.

2.1.1 Roteiro prático para a avaliação da deformação das lajes bidirecionais

a) Combinações de ações a considerar

As cargas devem ser separadas entre as permanentes e as eventuais (acidentais) para a aplicação do fator de redução que determina a devida combinação de ações.

Normalmente usa-se g para a carga permanente e q para a carga eventual.

O coeficiente de ponderação das ações $\gamma_{f2} = \psi_2$, conforme comentado, depende da finalidade da construção no texto conclusivo tira-se da tabela 13 o valor da combinação quase-permanente onde é indicado o valor $\psi_2 = 0,3$ para edifícios residenciais, $\psi_2 = 0,4$ para edifícios comerciais ou de escritórios e $\psi_2 = 0,6$ para bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens.

2.1.2 Valor limite para o deslocamento

O valor limite da deformação é obtido, conforme o tipo de deslocamento e a razão da limitação na tabela 18 - Limites de deslocamentos da NB-1/2001. Este limite refere-se a flecha diferida ou final, determinada de acordo com o projeto de revisão como indicado.

2.3 Momento de serviço

O momento de serviço pode ser avaliado pela expressão:

$$M_{kser} = M_{gk} + \psi_2 \cdot M_{qk} \quad \dots(2.1)$$

Onde

M_{gk} é momento característico de ações permanentes atuantes

M_{qk} é momento característico de ações variáveis

ψ_2 é o valor para a combinação quase-permanente de ações

2.4 Avaliação do Estádio a considerar

2.4.1 Momento de fissuração:

$$M_r = \alpha \cdot \frac{f_{cm} I_b}{y_t} \quad \dots(2.2)$$

α é um fator de forma sendo 1,2 para seção T ou 1,5 para seção retangular;

f_{cm} é a resistência média a tração do concreto;

I_b é a inércia da seção bruta;

$y_t = h - x_1$ é a altura da região tracionada da seção transversal, com x_1 a altura da linha neutra no estágio I.

Se $M_{kser} \leq M_r$ a flecha inicial ou imediata pode ser obtida no Estádio I:

$$a_{0I} = \frac{\beta}{100} \cdot \frac{p \cdot L_x^4}{E_c \cdot h^3} \quad \dots(2.3)$$

ou usando a inércia na expressão correspondente, fica

$$a_{0I} = \frac{\beta \cdot b}{1200} \cdot \frac{p \cdot L_x^4}{E_c \cdot I_I} \quad \dots(2.4)$$

onde β depende da vinculação e da relação entre os lados, sendo obtido de tabela elaborada com base no comportamento bidirecional das lajes. Pinheiro, 1997.

b é a largura unitária considerada nas tabelas;

p é a carga correspondente a faixa unitária

L_x é o menor vão

E_c é o modulo longitudinal

I_I é a inércia no estágio I podendo ser usada a inércia da seção bruta de concreto.

Se $M_r < M_{kser} < M_y$, pode-se, inicialmente, verificar o limite pelo Estádio II

$$a_{0II} = \beta \cdot \frac{p \cdot L^4}{E_c \cdot I_{II}} \quad \dots(2.5)$$

Sendo:

$$\text{Linha neutra em serviço (Estádio II); } x_{II} = \frac{\alpha \cdot A_s}{b_w} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha \cdot \rho}} \right] \quad \dots[2.6]$$

Inércia no estágio II:
$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad \dots[2.7]$$

Onde:

α_e é a relação entre os módulos longitudinais do aço e do concreto.

A_s é a armadura tracionada da peça;

b_w é a largura do elemento;

$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d}$ é a taxa de armadura longitudinal da peça.

O limite da flecha ou limite para deslocamentos indicado pela tabela 18 do Projeto de revisão da NB-1, 2001 refere-se a flecha final, considerados os efeitos de longo prazo.

Para a verificação do limite visual de $L/250$ da flecha final é preciso considerar os efeitos da retração e fluência. Isto pode ser feito, simplificada e multiplicando a flecha imediata por 2,46 como valor máximo possível. Pois a maneira preconizada pelo texto final de revisão da NB-1, é o uso da expressão $(1+\alpha_f)$ para majorar o valor da flecha imediata de acordo com o tempo t em meses e o coeficiente de duração da carga $\xi(t)$. Ou seja: $a_{final} = (1 + \alpha_f)$ o que implica no valor máximo de $(1 + \alpha_f) = 2,46$ já citado.

Considerando a situação limite da flecha final $(1 + \alpha_f) = 2,46$, pois supõe-se que a retirada do escoramento em 0,5 mês seja o momento da aplicação da totalidade da carga permanente. Verificado o limite da flecha final $a_{II,final} = 2,46 \cdot a_{0II} < L/250$ a peça atende pois o resultado da flecha pelo estágio II é sempre maior que a flecha que considera o efeito da contribuição do concreto entre as fissuras para o aumento da rigidez da peça.

2.4 Inércia equivalente

Para considerar o efeito da contribuição do concreto entre fissuras na rigidez da laje, no caso das vigas, usa-se a expressão da Inércia Equivalente:

$$(EI)_{eq} = E_c \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_0 + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_c I_0 \quad \dots[1.1]$$

E a flecha correspondente para as lajes bidirecionais pode ser obtida pela expressão:

$$a_{0eq} = \frac{\beta \cdot b}{1200} \cdot \frac{p \cdot L_x^4}{(E \cdot I)_{eq}} \quad \dots(2.8)$$

Onde $(E \cdot I)_{eq}$ é o valor da rigidez à flexão correspondente a direção principal da laje.

Se verificada, a flecha final para o limite $a_{eq,final} = (1 + \alpha_f) \cdot a_{0eq} < L/250$, a laje atende ao ELS, se não, é preciso alterar as características da peça. (altura, armadura...) ou prever a garantia de uma contra-flecha na execução da laje.

Para o valor da contra-flecha é recomendado não ultrapassar o valor $L/350$.

3. Exemplo de avaliação da deformação excessiva

Para uma laje bidirecional de concreto maciço, usando concreto C-20 e aço CA-50, com dimensões $L_x = 400$ cm e $L_y = 450$ cm. O cobrimento adotado é de 1 cm. A carga de revestimento é admitida como de 1 kN/m² e 2 kN/m² de carga eventual para uso comercial em escritório.

O procedimento deve obter o valor de espessura que corresponde ao limite da flecha obtido pelo processo de modo a ter-se a laje mais econômica, em relação ao volume de concreto que corresponde ao atendimento da verificação da deformação excessiva. Inicia-se o exemplo com a espessura mínima para piso de 7 cm, resultando na carga devida ao peso próprio de 1,75 kN/m² e totalizando 2,75 kN/m² de carga permanente.

3.1 Cargas

3.1.1 Peso próprio

$$g_p = \delta_c \cdot h = 25 \cdot 7 \text{ cm} = 1,75 \text{ kN/m}^2$$

3.1.2 Cargas permanentes

$$g_{rev} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

3.1.3 Cargas eventuais (Edifício comercial de escritórios)

$$q = 2,0 \text{ kN/m}^2.$$

3.1.4 Carga total

$$p = g + q = 2,75 + 2,0 = 4,75 \text{ kN/m}^2$$

3.2 O momento de cálculo para o ELU é:

Da Tabela para obtenção dos momentos fletores de Carvalho e Figueiredo Filho, 2001:
Para o Caso 1 (quatro apoios simples)

$$\lambda = L_y/L_x = 4,5/4 = 1,125 \rightarrow \mu_x = 5,37 \text{ e } \mu_y = 4,49$$

$$M_{kx} = \mu_x \cdot p \cdot L_x^2/100 = 5,37 \cdot 4,75 \cdot 4^2/100 = 4,08 \text{ kN.m}$$

$$M_{ky} = \mu_y \cdot p \cdot L_x^2/100 = 4,49 \cdot 4,75 \cdot 4^2/100 = 3,41 \text{ kN.m}$$

$$M_{dx} = M_{kx} \cdot \gamma_f = 4,08 \cdot 1,4 = 5,71 \text{ kN.m} = 571 \text{ kN.cm}$$

3.2 O dimensionamento no **ELU**

$$M_{dx} = 571 \text{ kN.cm}$$

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 2/1,4 = 1,43 \text{ kN/cm}^2$$

$$d = h - 1,3 = 5,7 \text{ cm}$$

$$\text{Linha neutra: } x = 1,25 \cdot d \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2}} \right] = 1,12 \text{ cm: Domínio 2}$$

$$\text{A armadura } A_s = M_d/f_{yd}(d-0,4x) = 2,50 \text{ cm}^2/\text{m}; \text{ Adotando } \phi 6,3 \text{ c.12,5 (2,52 cm}^2/\text{m)}$$

$$\text{Tem-se } d_2 = c + \phi_L/2 = 1 + 0,32 \text{ cm e } d = h - d_2 = 7 - 1,32 = 5,7 \text{ cm}$$

3.3 O Momento em serviço é então:

com fator $\psi_2 = 0,4$ da Tabela 13 da NB-1 (combinação Quase-permanente);

$$M_{kgx} = \mu_x \cdot g \cdot L_x^2/100 = 5,37 \cdot 2,75 \cdot 4^2/100 = 2,36 \text{ kN.m}$$

$$M_{kqx} = \mu_x \cdot q \cdot L_x^2/100 = 5,37 \cdot 2,0 \cdot 4^2/100 = 1,72 \text{ kN.m}$$

$$M_{kx,ser} = M_{gkx} + \psi_2 \cdot M_{qkx} \rightarrow M_{kx,ser} = 2,36 + 0,4 \cdot 1,72 = 3,05 \text{ kN.m}$$

3.4 Avaliação do Estádio a considerar

$$3.4.1 \text{ Resistência à tração do concreto: } f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 2,21 \text{ MPa}$$

3.4.2 Inércia da seção bruta: $I_b = b_w \cdot h^3 / 12 = 100 \cdot 7^3 / 12 = 2858,3 \text{ cm}^4$

Sendo $\alpha = 1,5$ e $y_t = h/2$ para a seção retangular, conforme o projeto de revisão, 2001.

3.4.3 Momento de fissuração: $M_r = \alpha \cdot \frac{f_{cm} I_b}{y_t} = 1,5 \cdot \frac{0,221 \cdot 2858,3}{3,5} \quad M_r = 271 \text{ kN.cm}$

Como $M_r < M_{k,ser} < M_y$ ($271 < 339 \text{ kN.cm}$) usa-se o Estádio II, onde:

3.4.4 Linha neutra em serviço (Estádio II); $x_{II} = \frac{\alpha \cdot A_s}{b_w} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha \cdot \rho}} \right] \quad x_{II} = 1,45m$

Relação dos módulos do aço e do concreto: $\alpha = \frac{E_s}{E_c} \quad \alpha = \frac{210000}{4760 \cdot \sqrt{20}} = 9,87$

Taxa de armadura; $\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad \rho = \frac{2,5}{100 \cdot (5,7)} = 0,0044$

3.4.5. Inércia no estágio II: $I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad I_{II} = 530 \text{ cm}^4$

3.4.6 Tensão na armadura: $\sigma_s = \frac{M_{ser}}{z_{II} \cdot A_s} = 26 \text{ kN/cm}^2 = 260 \text{ MPa}$

3.5 Flecha imediata equivalente, usando a expressão 2.8:

3.5.1 Para carga de serviço: $p_{ser} = g + 0,4 \cdot q = 2,75 + 0,4 \cdot 2 = 3,55 \text{ kN/m}^2 = 3,55 \cdot 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$

3.5.2 E o módulo de deformação é obtido pela expressão:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 4760 \cdot 4,472 = 21287 \text{ MPa} = 2129 \text{ kN/cm}^2$$

3.5.3 Para verificar a flecha usando a expressão da Inércia Equivalente [1.1]:

$$(EI)_{eq} = 2129 \cdot \left\{ \left(\frac{271}{305} \right)^3 \cdot 2858 + \left[1 - \left(\frac{271}{305} \right)^3 \right] \cdot 530 \right\} \leq E_c \cdot I_0$$

$$(EI)_{eq} = 3684234 \text{ kN.cm}^2$$

3.5.4 Para comparar os valores iniciais a flecha imediata, é:

$$a_{0eq} = \frac{\beta \cdot b}{12} \cdot \frac{p \cdot L^4}{(EI)_{eq}} = \frac{5,865 \cdot 100}{12} \cdot \frac{3,55 \cdot 10^{-4} \cdot 400^4}{4596007} = 0,97 \text{ cm}$$

3.6 A flecha final, considerando o efeito da contribuição do concreto, resulta em:

$$a = a_{final} = (1 + \alpha_f) a_{0eq} = 2,46 \cdot 0,97 = 2,38 \text{ cm}$$

O limite para a flecha final segundo a nova NB-1 é $a_{lim} = L / 250 = 400 / 250 = 1,6 \text{ cm}$

Como $L/250 = 1,6$ cm é o limite para a flecha final, atende, garantindo uma contra-flecha na execução. Neste caso a contra-flecha fica limitada ao valor $L/350 = 400/350 = 1,14$ cm o que é suficiente prever no projeto, pois: $2,38 - 1,14 = 1,24$ cm $< 1,6$ cm. Mesmo considerando que 7 cm é o valor mínimo para a espessura verificou-se que valores inferiores não atenderiam ao critério de deformação excessiva.

4. Tabela para comparação da evolução da flecha

Como comparação da evolução dos valores da espessura e flechas é mostrada a Tabela 1 preparada para lajes bidirecionais analisadas com carga de revestimento de 1 kN/m^2 e 2 kN/m^2 de carga eventual, as dimensões variam de 0,5 em 0,5 m de 4 a 8 metros indicando-se a espessura que corresponde ao limite da flecha obtido pelo respectivo processo. Compara-se o valor da flecha final a_f menos a contra-flecha cf com o limite visual de a_{lim} indicando assim a espessura mínima encontrada.

4. CONCLUSÕES

Este artigo indica um roteiro de procedimentos para a avaliação da deformação nas lajes bidirecionais de modo mais detalhado. No caso das lajes bidirecionais tem-se duas direções, uma principal no menor vão e a outra secundária. Portanto pode-se ter a fissuração diminuindo a rigidez em uma ou nas duas direções, dependendo da intensidade do momento de serviço. Ainda não se encontra nas referências uma recomendação de como considerar a perda de rigidez devida a fissuração da direção secundária.

O momento de fissuração é o valor que indica a mudança do estágio I para o II e no caso das previsões teóricas estabelece a intensidade da contribuição do concreto entre fissuras. No entanto, o seu valor tem que assumir a variabilidade da resistência à tração do concreto, o que dificulta uma previsão mais real desses valores como ressalta o texto conclusivo da norma.

A tabela 1 foi elaborada para a laje isolada com quatro bordos simplesmente apoiados e os resultados mostrados visam comprovar que o critério mais acertado para a definição da melhor altura a adotar para as lajes bidirecionais deve ser obtido da maneira sugerida. Com a devida consideração das ações no estado de serviço pode-se estimar a flecha e a partir daí definir a espessura e armadura da laje. Bem como, atestar se a escolha pela laje maciça ainda é viável em relação às outras opções de lajes nervuradas ou mesmo protendidas.

Os valores limites das deformações, no caso das lajes, são estabelecidos em relação ao menor vão e portanto devem ser comparados ao valor do deslocamento do centro da laje. Desconsiderando o deslocamento total que considera o deslocamento das vigas de apoio ou mesmo do pavimento. E ainda a continuidade entre as lajes vizinhas que contribui muito na rigidez a flexão do conjunto das lajes.

O valor obtido para a flecha final é um parâmetro fundamental para decidir sobre as dimensões definitivas da peça e sua influência sobre o restante da estrutura. Atualmente só uma avaliação que considere os fatores mostrados pode indicar se a altura adotada para o elemento estrutural atende as prescrições do Estado Limite de Serviço e assim satisfaz a exigência dos usuários quanto aos aspectos da deformação dos elementos.

$L_x \times L_v$ [m]	H [cm]	M_{ser} [kN.cm]	M_r [kN.cm]	a_I [mm]	a_{II} [mm]	I_{eq} [kN.cm ²]	a_{0eq} [mm]	a_r -cf [mm]	a_{lim} [mm]
4x4	7	250	271	5,81				2,87	16
4x4,5	7	305	271	7,3	39,6	459	9,7	12,36	16
4x5	8	381	354	6,2	32,5	760	7,4	6,8	16
4x5,5	8	431	354	7,1	34,4	585	11	15,65	16
4x6	9	509	448	5,93	29,9	960	8	8,21	16
4x6,5	9	549	449	6,48	30	827	10,1	13,5	16
4x7	10	623	553	5,39	26,1	1347	7,1	6,04	16
4x7,5	10	656	553	5,73	27,7	1206	8,4	9,29	16
4x8	10	688	553	6,04	26,5	1113	9,6	12,24	16

4,5x4,5	8	339	354	6,68				3,57	18
4,5x5	8	404	354	8,19	42,9	664	11,2	14,68	18
4,5x5,5	9	497	448	7,18	36,3	1012	9,2	9,7	18
4,5x6	10	592	553	6,31	33,3	1499	7,5	5,51	18
4,5x6,5	10	653	553	7,01	33,9	1215	10,2	12,29	18
4,5x7	11	749	669	6,09	30,8	1809	7,9	6,7	18
4,5x7,5	11	800	669	6,55	30,1	1590	9,7	11,08	18
4,5x8	11	844	669	6,97	32	1429	11,5	15,44	18

5x5	9	446	448	7,62				4,45	20
5x5,5	9	524	448	9,2	42,6	909	13,1	17,89	20
5x6	10	634	553	8,23	39,8	1297	11,3	13,4	20
5x6,5	11	750	669	7,39	37,3	1805	9,7	9,48	20
5x7	11	824	669	8,17	37,5	1498	12,9	17,37	20
5x7,5	12	943	796	7,23	34,6	2096	10,6	11,73	20
5x8	12	1001	796	7,78	33,4	1896	12,6	16,66	20

5,5x5,5	10	573	553	8,63	45,5	1621	9,4	7,52	22
5,5x6	11	703	669	8,1	40,9	2094	9,1	6,74	22
5,5x6,5	11	794	669	9,35	42,9	1616	13,6	17,86	22
5,5x7	12	932	796	8,51	40,8	2148	12,1	14,16	22
5,5x7,5	13	1071	934	7,77	34,8	2878	10,5	10,15	22
5,5x8	13	1158	934	8,44	37,8	2458	13,4	17,19	22

6x6	11	722	669	9,72	49,1	1969	11,7	11,52	24
6x6,5	12	872	796	9,27	44,4	2479	11,5	11,05	24
6x7	12	1031	796	10,54	45,2	1973	16,4	23,11	24
6x7,5	13	1140	934	9,73	43,5	2535	15	19,64	24
6x8	14	1299	1083	8,96	41,8	3258	13,4	15,78	24

6,5x6,5	12	894	796	10,88	52,1	2348	14,2	16,36	26
6,5x7	13	1067	934	10,45	52,2	2871	14,2	23,11	26
6,5x7,5	14	1250	1083	9,91	46,2	3534	13,7	15,01	26
6,5x8	14	1370	1083	10,72	44	3003	17,4	24,18	26

7x7	13	1145	1083	12,11	54,2	2767	17	21,94	28
7x7,5	14	1286	1083	11,68	54,4	3330	17,1	21,98	28
7x8	15	1496	1243	11,17	47,7	4035	16,6	20,75	28

7,5x7,5	14	1315	1083	13,41	62,5	3181	20,5	29,03	30
7,5x8	15	1536	1243	13	55,5	3834	20,3	28,52	30

8x8	16	1637	1415	12,72	56,5	5270	17,5	20,3	32
-----	----	------	------	-------	------	------	------	------	----

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e Execução de Concreto Armado**, Rio de Janeiro, 1980.
- BRANSON, D. E. (1977) *Deformation of Concrete Structures*. McGraw-Hill. New York.
- CARVALHO, R. CHUST E FIGUEIREDO FILHO, JASSON R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. Editora da UFSCar, SP 2001.
- COBRACON – **Texto conclusivo de Revisão da NBR-6118**, Agosto, 2001.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990*, London, Thomas Telford, 1993.
- HIDEKI ISHITANI et all, **Notas de aula do curso de engenharia civil**, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2000.
- MARCELLINO, N. A. **Ligação Laje-viga de Estruturas Pré-fabricadas de Concreto**. Tese de doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, 2001.
- PINHEIRO, L. M. e BRANDÃO, A. M. S. **ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO** EESC-USP, São Carlos, SP, 1997