



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Dissertação de Mestrado

**Medidas do Ângulo de Weinberg
Através da Assimetria Direita
-Esquerda nos Espalhamentos
Møller e Bhabha**

Jeferson Dias Gonçalves

Rio Grande
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA

Medidas do Ângulo de Weinberg Através da Assimetria Direita -Esquerda nos Espalhamentos Møller e Bhabha*

Jeferson Dias Gonçalves

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Marcos Cardoso Rodriguez (IMEF-FURG) e apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da FURG em preenchimento de requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Rio Grande
2013

*Trabalho financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Agradecimentos

Criar uma lista de agradecimentos é sempre uma tarefa árdua, cujo resultado raramente reflete a realidade de forma justa. Uma vez que nosso desenvolvimento profissional é resultado direto da intervenção de muitos indivíduos, e resultado indireto de uma quantidade ainda maior. Mesmo assim, seguem abaixo alguns nomes de amigos que fizeram parte da minha vida durante o mestrado e os quais eu não poderia deixar de mencionar.

Sou grato:

Ao *prof. Marcos Cardoso Rodriguez* por ter aceito me orientar em um período de forte turbulência: tanto na minha vida profissional, quanto na minha vida pessoal. Sua orientação de caráter flexível, seu bom humor, suas palavras encorajadoras e alguns livros emprestados me motivaram a encontrar energias para realizar este trabalho. Numa fase em que eu já estava cansado demais para retomar o mestrado, como o fiz sob sua orientação.

Ao *prof. Otávio Socolowski Jr.* pelas suas dicas de grande utilidade para a execução dos meus cálculos com o software Mathematica.

À *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)* pelo suporte financeiro ao longo de dois anos.

À *Coordenação deste programa de pós-graduação* por permitir a realização deste trabalho.

À *banca examinadora: Prof. Dr. Cristiano B. Mariotto, Prof. Dr. Luiz F. Mackendanz, Prof. Dr. Marcos Cardoso Rodriguez e Prof. Dr. Otávio Socolowski Junior* pelas correções e sugestões.

Ao *Fábio Köpp*, sua espontaneidade e sua empolgação com os estudos são características raras, e por isto mesmo, valiosas. Agradeço pelas muitas discussões sobre física de partículas, sobre o software Mathematica e por alguns artigos que ele me concedeu acesso. Aprendi muito com todas as nossas conversas.

Ao *Ricardo Lauxen* pela sua generosidade, por alguns livros e inúmeros artigos.

Ao *Sony Martins* por nossas longas conversas sobre os mais diversos assuntos, seu

raciocínio matemático acima da média sempre me fez pensar antes de afirmar algo.

Muitos outros amigos tiveram imensurável impacto no período inicial do meu mestrado. Entretanto, devido a adversidades, e a escolhas pessoais de cada um, nos afastamos ao longo dos últimos meses. Alguns deles são: *Adriano Mansur*, *Elisane Zanela*, *Johny Carvalho*, *Patrícia Hepp*, *Sônia Santos*, *Thiago Prestes* e *Wagner Machado*. A todos, obrigado.

À secretária do nosso instituto, *Marcinha*, pela sua generosidade, bom humor e eficiência.

À nossa laboratorista, *Núbia*, por tantas conversas e auxílios.

Aos *professores* por tornarem a todos nós profissionais melhores.

Aos amigos da escola de idiomas *Modern English*, pela alta qualidade dos serviços que prestam e por serem uma grande família, para a qual eu recorria sempre que necessitava revigorar meu corpo e meus pensamentos.

À minha noiva, *Angelica Christine de Oliveira Melo*, pelo companheirismo e constante encorajamento durante a execução da parte final deste trabalho.

Agradeço à minha família. Meus pais: *Claudio Ireno*, por ser um trabalhador incansável, pela sua integridade e seu amor a vida e a nós. *Neiva Regina*, por ser a nossa fortaleza, pelo seu amor incondicional e sua grandiosidade de caráter. Eles sem dúvidas foram os modelos em que sempre busquei inspirações para me tornar uma pessoa mais justa e próspera. Minha irmã: *Brenda*, pelo seu carinho, amor, alegria e confiança. Nossas cachorras: *Sofia* e *Lupita*, por tornarem nossa família completa e ainda mais feliz.

Dedico este trabalho à minha maior riqueza:

*Claudio Ireneo (in memoriam),
Neiva Regina, Brenda, Angelica,
Sofia e Lupita.*

“Cette harmonie que l’intelligence humaine croit découvrir dans la nature, existe-t-elle en dehors de cette intelligence?”

(...)Mais ce que nous appelons la réalité objective, c’est, en dernière analyse, ce qui est commun à plusieurs êtres pensants, et pourrait être commun à tous; cette partie commune, nous le verrons, ce ne peut être que l’harmonie exprimée par des lois mathématiques.

C’est donc cette harmonie qui est la seule réalité objective, la seule vérité que nous puissions atteindre; et si j’ajoute que l’harmonie universelle du monde est la source de toute beauté, on comprendra quel prix nous devons attacher aux lents et pénibles progrès qui nous la font peu à peu mieux connaître.”

Henri Poincaré, *Valeur de la science*

“Essa harmonia que a inteligência humana crer descobrir na natureza, existirá fora desta inteligência?”

(...) Mas o que chamamos de realidade objetiva é, em última análise, o que é comum a muitos seres pensantes, e poderia ser comum a todos; essa parte comum, como veremos, só pode ser a harmonia expressa por leis matemáticas.

É portanto essa harmonia a única realidade objetiva, a única verdade que podemos atingir; e se acrescento que a harmonia universal do mundo é a fonte de toda beleza, será possível compreender que valor devemos atribuir aos lentos e penosos progressos que nos fazem, pouco a pouco, conhecê-la melhor.”

Tradutor(a): MARIA HELENA FRANCO MARTINS, “O Valor da Ciência”, Ed. Contraponto, 1995

Resumo

Os espalhamentos elásticos elétron-elétron e elétron-pósitron são processos de fundamental importância na natureza. Sua realização em colisores com feixes de elétrons altamente polarizados e considerável produção de eventos tornou possível testar a consistência dos nossos modelos físicos com grande precisão. Isto nos proporciona uma janela através da qual podemos deslumbrar efeitos de física além destes modelos. Em nosso trabalho utilizaremos o método das amplitudes de helicidade nestes dois processos para encontrar expressões da assimetria direita-esquerda, A_{+-} . Substituímos os valores experimentais desta assimetria em tais expressões, o que nos permite estimar o ângulo de mistura eletrofraca ou ângulo de Weinberg, um parâmetro essencial na determinação de observáveis no Modelo Padrão Eletrofraco.

Palavras-Chave: Espalhamento Møller, Espalhamento Bhabha, Modelo Padrão Eletrofraco, Amplitudes de Helicidade, Assimetria Direita-Esquerda, Ângulo de Weinberg.

Área do Conhecimento: 10503005.

Abstract

Elastic electron-electron and electron-positron scattering are fundamental processes in nature. Its achievement in colliders with electron beams highly polarized and considerable production of events become possible test the consistency of our physical models with high accuracy. This gives us a window through which can dazzle physics effects beyond these models. In our work we use the method of helicity amplitudes for these two processes to find expressions of left-right asymmetry, A_{+-} . We replace the experimental values of this asymmetry in such expressions, allowing us to estimate the electroweak mixing angle or Weinberg's angle, which is a key parameter in determining some observables in the Electroweak Standard Model.

Keywords: Møller scattering, Bhabha scattering, Electroweak Standard Model, helicity amplitudes, left-right asymmetry, Weinberg's angle.

Area of the knowledge: 10503005.

Notação, definições e terminologias

No decorrer deste trabalho utilizaremos uma combinação particular de notações, definições e terminologias entre as várias possibilidades que podem ser escolhidas a partir da literatura.

- Utilizamos o sistema natural de unidades, no qual: $c = \hbar = 1$.
- O tensor métrico possui assinatura $(+, -, -, -)$.
- Escolhemos representar qualquer trivetor, \mathbf{V} , como uma letra em negrito, enquanto quadrivetores são identificados por uma letra com uma flecha sobre si, \vec{V} . Além disso, o produto escalar entre dois quadrivetores \vec{a} e \vec{b} , quaisquer, é escrito como $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ou $a \cdot b$. A segunda forma é utilizada tendo em vista uma notação menos carregada.
- Os índices latinos, e.g.: i, j, k, \dots assumem os valores: 1, 2, 3; enquanto os índices gregos, e.g.: μ, ν, \dots podem ter valores: 0, 1, 2, 3.

Sumário

1	Introdução	12
1.1	O Modelo Padrão Eletrofraco	13
1.1.1	Construção	13
1.1.2	Constituintes	18
1.1.3	Parâmetros	20
1.1.4	Regras de Feynman	26
1.2	Feixes de léptons polarizados	28
1.3	Colisores lineares	29
1.3.1	SLC (Stanford Linear Collider)	30
1.3.2	CLIC (Compact Linear Collider)	31
1.3.3	ILC (International Linear Collider)	32
1.4	Os modos e^-e^- e e^-e^+ em colisores lineares	33
1.5	Colisores Circulares	34
1.5.1	LEP (Large Electron-Positron Collider)	34
2	O Método do traço aplicado ao espalhamento Bhabha	36
3	A construção dos quadri-spinores	44
3.1	A necessidade do operador helicidade	44
3.2	A construção dos autoestados do operador helicidade	47
3.3	Sistemas com helicidade positiva	50
3.4	Sistemas com helicidade negativa	51
3.5	Os espinores de energia positiva	53
3.6	Os espinores de energia negativa	59

4	Amplitudes de helicidade no espalhamento Møller	61
4.1	Alguns alertas sobre a notação	62
4.2	A determinação dos espinores	63
4.3	As amplitudes de helicidade	65
4.3.1	Fóton no canal t	66
4.3.2	Fóton no canal u	68
4.3.3	Z^0 no canal t	70
4.3.4	Z^0 no canal u	73
4.4	As amplitudes totais $\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}$ e a assimetria A_{+-}	75
4.5	Resultados numéricos	81
5	Amplitudes de helicidade no espalhamento Bhabha	82
5.1	A determinação dos espinores	82
5.2	As amplitudes de helicidade	84
5.2.1	Fóton no canal t	84
5.2.2	Fóton no canal s	86
5.3	As amplitudes de helicidade	89
5.3.1	Z^0 no canal t	89
5.3.2	Z^0 no canal s	92
5.4	As amplitudes totais $\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}$ e a assimetria A_{+-}	94
5.5	Resultados numéricos	97
6	Conclusões e perspectivas	100
A	Figuras	101
B	Elementos de cinemática relativística	104
C	O momentum, a energia e a velocidade	107
D	Propriedades das matrizes γ^μ e do traço de uma matriz	109
D.1	Identities das γ^μ	109
D.2	Teoremas do traço	110

Capítulo 1

Introdução

O método das amplitudes de helicidade nos fornece uma maneira alternativa, ao método do traço, e muito eficiente para o cálculo de amplitudes de transição. Especialmente para processos que envolvam um número arbitrariamente grande de partículas ou que exijam o cálculo de diagramas de Feynman de ordens superiores. Ao invés de somarmos os módulos quadráticos de amplitudes de transição não-polarizadas, sobre todas as configurações iniciais de spin, avaliamos elementos de matriz de amplitudes de transição com polarização inicial bem definida. Estes elementos de matriz nos fornecem subsídio para o cálculo das seções de choque diferenciais de cada configuração de polarização inicial possível. Por sua vez, estas seções de choque podem ser utilizadas para definir a assimetria direita-esquerda. Neste contexto, experimentos com feixes de polarização inicial bem definida são essenciais para a determinação desta assimetria, e conseqüentemente para inferirmos o valor do ângulo de Weinberg. Com efeito, experimentos com feixes de elétrons altamente polarizados tem nos proporcionado medidas de precisão [SLD96], as quais concordam com o Modelo Padrão (MP) em ordens superiores da expansão perturbativa. Além disso, elas nos permitem estabelecer limites na pesquisa de novos cenários para a física além do MP, a qual se manifestaria como pequenos desvios do comportamento predito pelo MP [You03].

1.1 O Modelo Padrão Eletrofraco

1.1.1 Construção

Na busca de uma teoria unificada, capaz de prever e explicar todos os fenômenos físicos, um enorme esforço iniciado no século XIX e que permeou todo século XX nos conduziu até uma teoria denominada *Modelo Padrão*. Com ela unificamos¹ três, das quatro, forças fundamentais da natureza. Sua concordância com experimentos de altíssima precisão, até então, é completa [Eid04]. O MP é composto de duas partes: o *Modelo Padrão Eletrofraco*² (MPE), responsável pela descrição das interações eletromagnética e fraca, e a *Cromodinâmica Quântica* (QCD, Quantum Chromodynamics), que descreve as interações fortes. Entre³ as descobertas experimentais e teóricas que desencadearam na formulação do MP, e em especial do MPE, na década de 60, por Weinberg, Glashow e Salam, estão:

- i) A radioatividade natural do Urânio por Becquerel;
- ii) O elétron, através dos raios catódicos, por J.J. Thomson;
- iii) A primeira evidência da continuidade do espectro emitido por núcleos radioativos através do decaimento β por Chadwick; e sua confirmação por Ellis and Wooster;
- iv) O próton por Rutherford;
- v) A formulação de uma equação para férmions relativísticos e o seu uso para prever a existência de antipartículas por Dirac;
- v) O nêutron por Chadwick, o píon por Lattes, Occhialini and Powell e o pósitron por Anderson;
- vi) A proposta do neutrino por Pauli;
- vii) A criação da teoria de interação fraca para o decaimento β por Fermi;

¹Na verdade não houve uma unificação plena, pois ainda existem duas constantes de acoplamento no setor eletrofraco do MP.

²Também conhecido na literatura como *setor eletrofraco*.

³Para uma lista mais completa, e em ordem cronológica, veja [Nov00].

- viii) A concepção de Yukawa de que forças são mediadas por partículas, sejam elas massivas ou não;
- ix) A teoria de neutrinos por Marojana; e
- x) A introdução da ideia de invariância sob simetrias locais por Yang e Mills.

O princípio de calibre

Uma característica importante do MP é que ele está estruturado sobre o princípio de *simetria de calibre*⁴ *local*. Para compreendermos o significado deste princípio notamos que qualquer sistema físico pode ser descrito por uma função escalar \mathcal{L} , denominada lagrangiana, a qual contém toda a informação disponível sobre o sistema, e portanto sobre a interação dos seus constituintes. Se a lagrangiana \mathcal{L} mantiver a mesma forma funcional após ser submetida a um grupo G de transformações de coordenadas dizemos que ela é invariante sob este grupo G . As transformações podem ser de dois tipos: globais, nas quais a lagrangiana é submetida a uma regra que é única em todo o espaçotempo; e locais, nas quais para cada ponto do espaço e para cada instante de tempo existe uma regra diferente sob a qual a lagrangiana se transformará. As transformações de simetria⁵ globais,

$$G\mathcal{L}(\psi_1, \dots, \psi_n) \rightarrow \mathcal{L}(\psi_1^*, \dots, \psi_n^*),$$

com ψ_1, \dots, ψ_n sendo as n funções de onda (ou os n campos) que representam os n tipos diferentes de constituintes do sistema, são pouco restritivas e refletem apenas que as leis da física são invariantes frente a mudanças de fase globais nas funções de onda ψ_i . Como exemplo, temos a interação eletromagnética, cuja lagrangiana é invariante sob a aplicação do grupo $U(1)_Q$,

$$G^{U(1)_Q}\mathcal{L}(\psi_e) \rightarrow \mathcal{L}(\psi_e^*),$$

em que ψ_e são as funções de onda das partículas carregadas. Uma tal invariância da lagrangiana leva à lei de conservação da carga elétrica Q . Por outro lado, as transformações de simetria locais,

$$G(x)\mathcal{L}(\psi_1, \dots, \psi_n) \rightarrow \mathcal{L}^*(\psi_1^*, \dots, \psi_n^*).$$

⁴Ou: gauge.

⁵Veja o capítulo 6 de [CD84] para a definição, e para exemplos, dos diferentes tipos de simetrias que existem em Física de Partículas.

com $x = x^\mu$, são mais exigentes e a lagrangiana transformada, \mathcal{L}^* , é diferente da lagrangiana original, \mathcal{L} . Felizmente podemos recuperar a invariância da lagrangiana com a introdução de um campo auxiliar que compensará as alterações locais sofridas pelas ψ_i quando submetidas a G , como a compensação deve ser realizada em todo o espaçotempo o alcance do campo deve ser infinito, conseqüentemente o quantum deste campo deve ser não massivo. Além disso, a partir da estrutura matemática da teoria de calibre sabemos que este quantum, chamado de *bóson de calibre*, deve possuir spin 1. Com a exigência das simetrias de calibre locais podemos descrever três interações (eletromagnética, fraca e forte) da natureza de modo unificado, e sem o eventual surgimento de valores infinitos para alguns dos observáveis⁶ da teoria. Começamos com a interação fraca, sua lagrangiana será invariante sob o grupo de isospin fraco, $SU(2)_L$,

$$G(x)^{SU(2)_L} \mathcal{L}(\psi_\ell, W) \rightarrow \mathcal{L}^*(\psi_\ell^*, W^*),$$

em que ψ_ℓ são as funções de onda dos léptons⁷, partículas que sentem a força fraca, e $W = (W^+, W^-, Z^0)$ são os bósons de calibre que medeiam a força fraca. A invariância da lagrangiana sob as rotações no plano de isospin fraco, geradas pelo grupo $SU(2)_L$, nos leva à lei de conservação do isospin fraco, I . Além disso, percebamos que a lagrangiana eletromagnética, quando submetida à aplicação do grupo de hipercarga fraca, $U(1)_Y$,

$$G(x)^{U(1)_Y} \mathcal{L}(\psi_\ell, A) \rightarrow \mathcal{L}^*(\psi_\ell^*, A^*),$$

ainda poderá ser invariante, desde que introduzamos o fóton, o quantum do campo eletromagnético, como bóson mediador. A função de onda do fóton é o quadrivetor $A \equiv A^\mu$. Por último, a lagrangiana que descreve as interações fortes mantém-se invariante sob transformações do grupo de cor, $SU(3)_C$,

$$G(x)^{SU(3)_C} \mathcal{L}(\psi_q, g) \rightarrow \mathcal{L}^*(\psi_q^*, g^*),$$

em que ψ_q são as funções de onda dos quarks, partículas que sentem a força forte, e g são os oito bósons mediadores da força forte, denominados glúons. Esta simetria na lagrangia das interações fortes nos leva à lei de conservação da carga de cor.

⁶Ou seja, a teoria é renormalizável. Para detalhes, veja o capítulo 20 de [CD84].

⁷Partículas elementares de pequena massa e que, por serem férmions, obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. São eles: o elétron, o múon, o tau, seus neutrinos e suas antipartículas.

Desta forma, o MPE obedece ao grupo de simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que é quebrado espontaneamente, através do mecanismo de Higgs, para o grupo $U(1)_Q$, enquanto a QCD respeita o grupo de simetria $SU(3)_C$. Portanto, o MP é o produto direto destes dois grupos de simetria

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y.$$

Abaixo, organizamos uma tabela com três forças fundamentais da natureza, seus respectivos bósons mediadores e as propriedades destes.

Força	Bóson Mediador (Símbolo)	Carga	Spin	Massa (GeV)
Forte	Glúons (g)	0	1	0
Eletromagnética	Fóton (γ)	0	1	0
Fraca	Bósons W (W^\pm)	± 1	1	$80,423 \pm 0,039$
	Bóson Z (Z^0)	0	1	$91,1876 \pm 0,0021$

Tabela 1.1: Forças fundamentais e seus bósons mediadores.

Uma vez que estamos interessados em colisões entre léptons, nos restringiremos ao MPE. O leitor interessado em maiores detalhes, ou em aspectos envolvendo a QCD, é direcionado para: [Gri04], [HM84], [Nov00] e [Qui83].

Breve histórico da inclusão do princípio de calibre no MPE

A construção do MPE como uma teoria de calibre⁸ e mediada por bósons é bastante rica e remonta a Schwinger [Sch57]. Ele supôs um modelo formulado sobre o grupo $O(3)$, contendo três bósons de calibre: V^+ , V^- e V^0 . Os bósons carregados transportariam a força fraca, enquanto o bóson neutro seria responsável por transportar a força eletromagnética. Este modelo surgiu antes do estabelecimento da teoria V-A para a interação fraca. Desenvolvida por Feynman, Gell-Mann, Marshak, Sudarshan e Sakurai, esta teoria explicava com sucesso os dados de processos a baixas energias, entretanto apresentava duas falhas:

1. O problema de unitariedade a nível de árvore.
2. A teoria não era renormalizável.

⁸Veja [tHo80] para uma introdução não-técnica às teorias de calibre.

Para uma revisão sobre o item 1) veja [AL73], enquanto o item 2) é automaticamente incorporado no MPE [’tHo71], como já mencionamos acima.

A reformulação da teoria V-A tendo como substrato uma teoria de calibre, tal qual a proposta por Schwinger, era emergente. O primeiro modelo foi proposto por Bludman [Blu58], estabelecido sobre o grupo de isospin fraco $SU(2)_L$, ele reinterpretou o bóson neutro⁹ como um novo bóson massivo, responsável pela interação fraca na ausência de cargas.

Logo, Glashow [Gla61] percebeu que para unificar as interações fraca e eletromagnética deveria estender para $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ o grupo de simetria associado ao modelo. Contudo, no modelo de Glashow existem quatro bósons de calibre: $W_\mu^{(1)}$, $W_\mu^{(2)}$, $W_\mu^{(3)}$, B_μ . Os três primeiros estão associados ao grupo $SU(2)_L$, enquanto o último está associado ao grupo $U(1)_Y$. Os bósons físicos¹⁰ são combinações lineares dos bósons de calibre, assim os bósons carregados são dados por

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^{(1)} \mp iW_\mu^{(2)}),$$

enquanto os bósons neutros provêm das equações

$$\begin{cases} Z_\mu = W_\mu^{(3)} \cos \theta_W - B_\mu \sin \theta_W \\ A_\mu = W_\mu^{(3)} \sin \theta_W + B_\mu \cos \theta_W, \end{cases} \quad (1.1)$$

aqui θ_W é o *ângulo de Weinberg*¹¹, este parâmetro quantifica a rotação sofrida pelos bósons de gauge, $W_\mu^{(3)}$ e B_μ , e indica a ‘intensidade’ com que cada um deles se mistura para gerar os bósons físicos, Z_μ e A_μ . A existência do bóson massivo de carga neutra, o Z^0 , foi confirmada experimentalmente no CERN através de um experimento com neutrinos [Has73]. Algum tempo depois da sua proposição por Bludman e Leite Lopes e do seu firme estabelecimento no modelo de Glashow.

No entanto, o modelo de Glashow tinha uma inconveniência: as massas dos bósons de calibre eram colocadas *ad hoc*. Este problema foi resolvido independentemente por Weinberg e por Salam ([Wei67], [Sal68]) ao considerarem o mecanismo de Higgs [Hig64] como o responsável pela quebra espontânea de simetria do modelo. Como

⁹Sugerido independentemente por Leite Lopes [Lei58].

¹⁰Ou seja, aqueles que efetivamente medeiam as forças.

¹¹Discutiremos, na subseção 1.1.3, um pouco mais sobre este importante parâmetro do MPE.

produtos foram geradas as massas dos bósons vetoriais (W^+ , W^- , Z^0) e as massas de todos os férmions. Em adição a isto, o modelo se mantém invariante de calibre. O que o torna renormalizável, como mostrado posteriormente por 't Hooft [’tHo71]. A inclusão de hádrons ao modelo foi realizada por Glashow, Iliopoulos e Maiani através do mecanismo mais tarde denominado GIM [GIM70]. Desta maneira, este modelo teórico formulado sobre o princípio de calibre, contendo os mecanismos de Higgs, e GIM é hoje conhecido como *modelo padrão eletrofraco* (MPE) ou modelo de Glashow, Weinberg, Salam (GWS), e é a melhor descrição teórica de que dispomos.

1.1.2 Constituintes

Nas subseções precedentes verificamos que ao utilizarmos o princípio de calibre para formular o MP somos levados a um mecanismo no qual as forças fundamentais da natureza são transportadas por bósons mediadores, estas partículas são constituintes elementares da teoria. Além delas, o MP ainda possui outras partículas de carácter elementar: os léptons e os quarks, elas são férmions de spin $1/2$ e podem ser agrupadas em uma estrutura de três gerações¹², conforme exposto na tabela 1.2.

É um fato que as funções de onda fermiônicas podem ser divididas em duas partes, conforme a helicidade¹³ do férmion. Sob esta classificação¹⁴ uma partícula é dita ser de *mão-direita*, ou de helicidade positiva, se seu spin e o seu momentum tem mesmo sentido, e é dita ser de *mão-esquerda*, ou de helicidade negativa, se eles possuem sentidos contrários. Assim, a primeira parte são os dubletos de mão-esquerda, com isospin $I = 1/2$ e terceira componente de isospin $I_3 = \pm 1/2$, que são

- para léptons:

$$l_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, l_\mu = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, l_\tau = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L,$$

e

¹²Ou famílias.

¹³Ou seja: a projeção do spin na direção do momentum.

¹⁴Na verdade, é a quiralidade, e não a helicidade, que nos indica se uma partícula é de mão-esquerda (Left-hand) ou de mão-direita (Right-hand). Contudo, estas quantidades são numericamente idênticas quando a massa da partícula pode ser considerada nula, como é o caso de todos os férmions em nosso trabalho.

Geração	Léptons		
	Partícula/Sabor (Símbolo)	Carga	Massa (MeV)
1	Elétron (e^-)	-1	0,511
	Neutrino do elétron (ν_e)	0	$< 3 \times 10^{-6}$
2	Múon (μ^-)	-1	105,66
	Neutrino do múon (ν_μ)	0	$< 0,19$
3	Tau (τ^-)	-1	$1.776,99 \pm 0,29$
	Neutrino do tau (ν_τ)	0	$< 18,2$
Quarks			
1	Up (u)	+2/3	1,5 até 5
	Down (d)	-1/3	3 até 9
2	Charm (c)	+2/3	$(1 \text{ até } 1,4) \times 10^3$
	Strange (s)	-1/3	60 até 170
3	Top (t)	+2/3	$(178 \pm 4,3) \times 10^3$
	Bottom (b)	-1/3	$(4 \text{ até } 4,5) \times 10^3$

Tabela 1.2: O conteúdo fermiônico do MP.

- para quarks:

$$q_u = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \quad q_c = \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \quad q_t = \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L,$$

os quarks d' , s' e b' podem ser obtidos como combinações lineares dos coeficientes da matriz, U_{KM} , de Kobayashi-Maskawa¹⁵ e dos quarks d , s e b

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = U_{KM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix},$$

a matriz de rotação U_{KM} dá a probabilidade de um quark de sabor i decair em um quark de sabor j , e o ângulo de rotação, θ_C , conhecido como ângulo de Cabibbo é o parâmetro que fornece o peso da mistura entre d , s e b para que tenhamos esta probabilidade.

A segunda parte são os singletos de mão-direita, com $I = I_3 = 0$, que são

¹⁵Veja, por exemplo, o capítulo 10 da referência [Gri04], para detalhes.

- para léptons:

$$e_R^-, \mu_R^-, \tau_R^-$$

e

- para quarks:

$$u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R.$$

1.1.3 Parâmetros

O MP possui diversos parâmetros livres, como estamos interessados apenas no MPE fixaremos nossas atenções somente sobre alguns poucos, dos mais de dez, parâmetros¹⁶ que existem neste setor. Em função dos parâmetros livres qualquer grandeza do MPE pode ser bem definida. Desta forma, um conhecimento preciso do valor de cada um deles é fundamental para testarmos os limites do MPE, e em geral do MP.

A constante de estrutura fina

A *constante de estrutura fina*, por exemplo, é medida através do *momentum anômalo do elétron* e seu valor atual¹⁷ é

$$\alpha = \frac{1}{137,035999173(35)},$$

para processos a baixas energias, quando os processos ocorrem a energias próximas da massa do bóson Z^0 o valor aceito é $\sim 1/128$.

A constante de Fermi

A constante de Fermi, G_F , é fornecida através do decaimento do múon¹⁸

$$\mu^-(p_1) \rightarrow e^-(p_2) + \nu_\mu(p_3) + \bar{\nu}_e(-p_4).$$

¹⁶Entre: constantes de acoplamento, massas de léptons e de bósons, ângulos de mistura.

¹⁷Para detalhes, veja [AHKN12].

¹⁸Aqui optamos apenas por descrever o cálculo da obtenção de G_F , indicamos a referência [Gri04], na qual nos inspiramos, para o leitor que deseja ver o cálculo realizado em detalhes. Informações adicionais, inclusive sobre a interpretação de G_F , podem ser encontradas em [HM84].

Aplicando as regras de Feynman¹⁹ sobre o diagrama de Feynman deste processo chegamos a uma equação para a amplitude de transição, \mathcal{M} . Após isto utilizamos o método do traço²⁰ para encontrarmos a expressão para o módulo quadrático desta amplitude de transição, ou seja, $|\mathcal{M}|^2$. Com este valor podemos encontrar a taxa de decaimento do múon, para isto devemos substituí-lo na eq. fornecida pela *regra de ouro de Fermi*, quando aplicada ao caso de um decaimento com três partículas no estado final,

$$d\Gamma = \frac{|\mathcal{M}|^2 S}{2m_\mu} \left(\frac{d^3\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left(\frac{d^3\mathbf{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \left(\frac{d^3\mathbf{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4),$$

em que: $E_i = |\mathbf{p}_i|$, com $i = 2, 3, 4$, é a energia de cada partícula i gerada como produto do decaimento e $S = 1/j!$ é um fator estatístico que contabiliza os j diferentes tipos de partículas produzidas no estado final. Assim, após realizarmos as integrações necessárias chegamos a taxa de decaimento do múon

$$\Gamma_\mu = \left(\frac{m_\mu g_w}{m_W} \right)^4 \frac{m_\mu}{12(8\pi)^3},$$

sendo $g_w = \sqrt{4\pi\alpha_w}$ a constante de acoplamento da interação fraca, e $\alpha_w = 1/29$ a constante de estrutura fina da interação fraca.

O tempo de vida τ_μ do múon é o inverso da taxa de decaimento, portanto

$$\tau_\mu = \left(\frac{m_W}{m_\mu g_w} \right)^4 \frac{12(8\pi)^3}{m_\mu}. \quad (1.2)$$

Salientamos que g_w e m_W nunca surgem sozinhas nos processos dominados pela interação fraca, mas sempre como a razão g_w/m_W . O quadrado desta razão define a constante de acoplamento de Fermi

$$G_F \equiv \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g_w}{m_W} \right)^2, \quad (1.3)$$

a menos de constantes multiplicativas. Se, então, substituirmos (1.3) em (1.2) e isolarmos a constante de Fermi teremos

$$G_F = \sqrt{\frac{192\pi^3}{\tau_\mu m_\mu^5}}. \quad (1.4)$$

¹⁹Vide subseção 1.1.4.

²⁰Veja o capítulo 2 para um exemplo em detalhes da aplicação deste método.

Finalmente, a partir de dados experimentais, da massa do múon e do seu tempo de vida, inseridos em (1.4) podemos estimar o valor de G_F . O valor correntemente aceito, fornecidos por [Chi07], é

$$G_F = 1,166371(6) \times 10^{-5} GeV^{-2}.$$

As massas dos bósons W e Z

No MPE as massas dos bósons que carregam a força fraca podem ser expressas²¹ como

$$\begin{cases} m_W = \left(\frac{\sqrt{2}g_e^2}{8G_F \sin^2 \theta_W} \right)^{1/2} \\ m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W}, \end{cases} \quad (1.5)$$

em que $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$ é a constante de acoplamento da eletrodinâmica quântica, α a constante de estrutura fina, G_F a constante de Fermi e θ_W o ângulo de Weinberg. Os estudos em colisores, veja [Ber12], nos levaram aos seguintes valores para as massas dos bósons de calibre

$$\begin{cases} m_{Z^0} = 91,1876 \pm 0,0021 GeV, \\ m_W = 80,385 \pm 0,015 GeV, \end{cases}$$

que estão em pleno acordo com as equações, (1.5), fornecidas pelo MPE.

O ângulo de Weinberg

Todavia, nosso objetivo é estimar valores para outro parâmetro: o *ângulo de Weinberg*²², ou de mistura eletrofraca, que desempenha um papel de destaque no MPE. Ele

²¹As deduções destas equações podem ser encontradas no capítulo 6 de [Qui83].

²²Em alguns contextos o nome se refere a θ_W em outros a $\sin^2 \theta_W$, a segunda opção é predominantemente aplicada na literatura sobre assimetrias. Então, a priorizaremos.

relaciona as constantes de acoplamento da interação fraca com a constante de acoplamento da interação eletromagnética, através das equações²³,

$$\begin{cases} g_W = \frac{g_e}{\text{sen } \theta_W} \\ g_Z = \frac{g_e}{\text{sen } \theta_W \cos \theta_W}. \end{cases} \quad (1.6)$$

Além disso, como demonstram as equações (1.1), ele nos indica a ‘intensidade’ com que os bósons de gauge, $W_\mu^{(3)}$ e B_μ , devem ser combinados para gerarem os bósons físicos, A_μ e Z_μ ; e mais, ele é necessário para a determinação das massas dos bósons do MPE, conforme as equações (1.5) nos mostram. Seu valor não está fixo no MPE, sendo necessário determiná-lo experimentalmente. Os primeiros experimentos com este objetivo foram realizados com neutrinos [HS81]. Entretanto, foi apenas com o experimento E122, [Pres79], para o espalhamento inelástico entre um feixe de elétrons polarizados sobre um alvo de deutério não polarizado, que um valor preciso foi estabelecido ($\text{sen}^2 \theta_W = 0,224 \pm 0,020$). Medidas ainda mais precisas foram determinadas pela colaboração SLD em colisões elétron-pósitron [SLD96]. Todas as medidas estão de pleno acordo com o valor teórico previsto²⁴ pelo MPE ($\text{sen}^2 \theta_W = 0,2385 \pm 0,0006$).

Vale ressaltar que $\text{sen}^2 \theta_W$ é dependente do valor de momentum transferido entre o feixe incidente e o alvo. Tal efeito surge quando consideramos as correções de primeira ordem do processo em estudo. Com o intuito de evidenciar esta dependência medidas extremamente precisas foram realizadas recentemente pela colaboração E158. Fornecendo-nos um ângulo de Weinberg de $0,2371 \pm 0,0025$ [You03] e $0,2379 \pm 0,0016$ [Beg04], para citar apenas dois dos primeiros resultados desta colaboração.

Os experimentos acima, em geral, utilizam-se da assimetria direita-esquerda, A_{+-} para a determinação de $\text{sen}^2 \theta_W$. Esta assimetria é definida como uma razão, cujo numerador é a diferença e o denominador é a soma de seções de choque diferenciais de partículas com helicidades de sinais distintos geradas por um processo de espalhamento. Ela está intrinsecamente relacionada com o fato das interações fracas violarem paridade. A primeira observação experimental da violação de paridade em processos governados

²³As deduções, mais uma vez, podem ser encontradas em [Qui83].

²⁴Valor que só pode ser calculado quando outros parâmetros são determinados experimentalmente. Como os parâmetros m_W , g_e e G_F na primeira das eqs. (1.5).

pela interação fraca foi realizada através do decaimento β do Cobalto 60,



por C.S. Wu *et al.* [Wu57]. Neste experimento, a violação de paridade foi identificada como uma assimetria na direção de emissão dos elétrons do ${}^{60}\text{Co}$. O procedimento experimental consiste no seguinte, uma amostra de ${}^{60}\text{Co}$ é resfriada a temperaturas próximas do zero absoluto, depois é submetida à influência de um campo magnético, \mathbf{H} . Nesta situação, os spins dos núcleos de ${}^{60}\text{Co}$ alinharão-se preferencialmente na mesma direção do campo magnético. Então, se a interação fraca, responsável pelo decaimento do cobalto, violar paridade deveremos detectar diferenças entre o processo (1.7) e o processo que representa sua “imagem no espelho”, ou seja, aquele com a paridade trocada. Por outro lado, pode ser verificado que os spins nucleares e o campo magnético não se modificarão sob a troca de paridade. Contudo, percebe-se através deste esquema experimental que a direção de emissão dos elétrons, quando utilizamos a direção dos spins nucleares como parâmetro de comparação, será alterada sob a troca de paridade. Conforme indica a figura 1.1.

A assimetria de violação de paridade, A_{VP} , pode ser relacionada à assimetria direita-esquerda, A_{+-} , através da equação²⁵

$$A_{VP} = -A_{+-}.$$

A utilização da assimetria direita-esquerda para o cálculo de $\sin^2\theta_W$ possui diversas vantagens em relação a outros métodos. Algumas delas são:

- Alta sensibilidade ao $\sin^2\theta_W$;
- Dependência direta com o termo de interferência entre as amplitudes eletromagnética e fraca. Por isto, a assimetria é proporcional a G_F/α e desta maneira é maior do que os efeitos eletrofracos típicos, que são da ordem $\mathcal{O}(G_F^2)$.
- Sendo a assimetria uma razão, várias das incertezas (experimentais e teóricas) que aparecem tanto no numerador quanto no denominador são canceladas.
- A medida da assimetria é uma medida de interferência entre as interações fraca e eletromagnética, por isto ela é capaz de fornecer o sinal relativo entre as duas

²⁵Conforme [You03], capítulo 1.

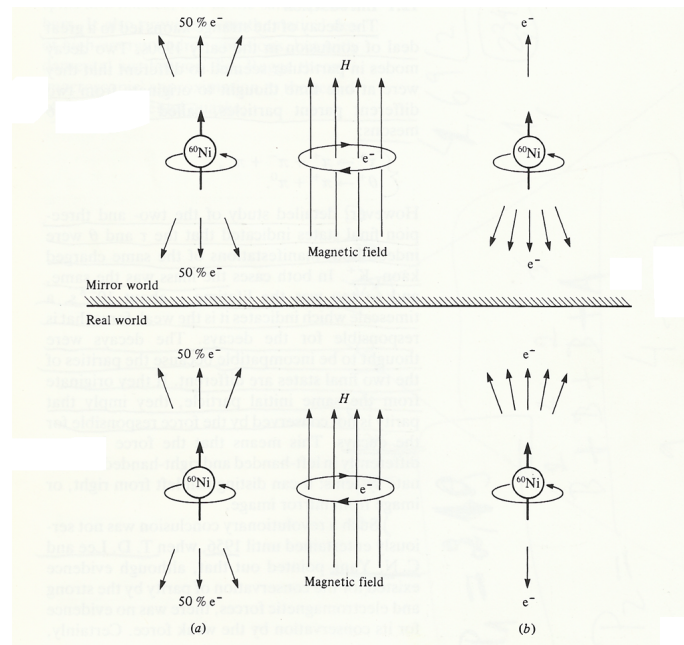


Figura 1.1: As figuras da esquerda representam o caso no qual a paridade é conservada; as figuras do meio estabelecem a direção do campo magnético externo; por fim, as figuras da direita indicam a direção preferencial de emissão dos elétrons no decaimento β do ^{60}Co . No processo real os elétrons são emitidos preferencialmente na mesma direção de \mathbf{H} , no processo “espelhado” eles são emitidos preferencialmente na direção contrária a direção de \mathbf{H} . Figura extraída de [CD84].

interações. Uma informação que os experimentos com neutrinos, até então realizados, eram incapazes de fornecer.

- Insensível às não-uniformidades na recepção e eficiência do detector. A eficiência para detectarmos um férmion em um dado ângulo polar é igual àquela para se detectar o seu antiférmion no mesmo ângulo.
- As medidas de A_{+-} têm erro sistemático desprezível, quando este é comparado com o erro estatístico.
- Não requer conhecimento da luminosidade²⁶ absoluta.

²⁶Número de partículas espalhadas, em um certo ângulo sólido, por unidade de tempo [Gri04].

- É sensível às massas do quark top e do bóson de Higgs em medidas de alta precisão.

Para uma análise técnica em detalhes, sobre cada item acima, veja: [DM79], [Eli93], [Beg04] e [You03].

1.1.4 Regras de Feynman

Nesta subseção apresentaremos as *regras de Feynman* utilizadas ao longo do trabalho, elas são aquelas provindas de [Gri04] e, as elencamos aqui para facilitar a leitura. Aplicamos estas regras sobre os *diagramas de Feynman*, que surgirão, com o objetivo de extrair informações sobre a dinâmica dos processos aqui estudados.

- 1^a) Nos referidos diagramas: cada linha cheia representará um férmion ou um anti-férmion, as linhas onduladas representarão fótons, as linhas pontilhadas representarão bósons Z^0 , os vértices representarão interações e as flechas que ‘entram’ ou ‘saem’ deles determinarão os espinores associados aos férmions/anti-férmions do processo. Conforme o esquema abaixo

Elétrons entrando	→	=	u
Elétrons saindo	←	=	\bar{u}
Pósitrons entrando	←	=	\bar{v}
Pósitrons saindo	→	=	v

- 2^a) O *fator de vértice* da QED é

$$ig_e\gamma^\mu,$$

em que $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$ é a *constante de acoplamento* da QED.

Enquanto, o fator de vértice do MPE é

- Para os bósons W:

$$\frac{-ig_W}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1 - \gamma^5),$$

- Para o bóson Z:

$$\frac{-ig_Z}{2}\gamma^\mu(C_V - C_A\gamma^5),$$

as constantes de acoplamento da interação fraca, g_W e g_Z , são dadas pelas equações (1.6). Os coeficientes C_V e C_A são correções para a parte vetorial e para a parte axial da corrente fraca, respectivamente, e seus valores são diferentes para diferentes férmions. A tabela 1.3 apresenta todos os valores que C_V e C_A podem assumir.

Quark/Lépton	C_V	C_A
ν_e, ν_μ, ν_τ	1/2	1/2
e^-, μ^-, τ^-	$-1/2 + 2 \sin^2 \theta_W$	-1/2
u, c, t	$1/2 - 4(\sin^2 \theta_W)/3$	1/2
d, s, b	$-1/2 + 2(\sin^2 \theta_W)/3$	-1/2

Tabela 1.3: Os diferentes valores de C_V e C_A para cada férmion. Os valores para os anti-férmions são idênticos aos do seu férmion associado.

3^a) Os propagadores são

- para elétrons e pósitrons: $i(\gamma^\mu q_\mu + m)/(q^2 - m^2)$,
- para fótons: $-ig_{\mu\nu}/q^2$,
- para os bósons Z e W : $-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu/M^2)/(q^2 - M^2) \xrightarrow{q^2 \ll M^2} ig_{\mu\nu}/M^2$,

aqui m é a massa do elétron/pósitron e M é a massa dos bósons Z^0 ou W^\pm . Os quadrimomenta p_1, \dots, p_n estão associados às *linhas externas*, enquanto os quadrimomenta q_1, \dots, q_n estão associados às *linhas internas*. Por linhas internas entendemos todas as linhas que estão localizadas entre dois vértices, as externas são todas as demais linhas do diagrama.

4^a) Cada vértice do diagrama deve respeitar as leis de conservação de energia e de momentum, isto é imposto quando escrevemos uma delta da forma,

$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + \dots + k_n),$$

na qual, os k s representam os quadrimomenta (p ou q) de todas as linhas que interceptam cada vértice. Para férmions: as linhas que ‘entram’ aparecem com sinal positivo na delta, e as linhas que ‘saem’ tem sinal negativo. Esta convenção tem os sinais invertidos se estamos considerando linhas de anti-férmions.

- 5^a) A expressão resultante da análise do gráfico deve ser integrada, para cada linha interna, de momentum q , existente, sob um fator de volume

$$\frac{d^4q}{(2\pi)^4}.$$

- 6^a) Após as integrações do passo anterior, devemos eliminar a delta remanescente e igualar o resultado ao fator $-i\mathcal{M}$. A amplitude de transição \mathcal{M} tem seu significado físico explorado nos próximos capítulos.
- 7^a) Um processo frequentemente contém mais de um digrama de Feynman que contribui para sua amplitude de transição. Nestes casos, os diagramas que diferem entre si apenas por uma troca de linha fermiônica devem ter suas amplitudes de transição “parciais” subtraídas, enquanto as demais devem ser adicionadas, para a composição da amplitude de transição “total”.

1.2 Feixes de léptons polarizados

Elétrons livres foram os primeiros léptons a serem produzidos em feixes antes da era dos colisores lineares. As fontes padrões, tais como o efeito fotoelétrico e a emissão de elétrons a partir de gases, não permitiam um controle significativo quando se desejava imprimir uma direção preferencial para o spin de um feixe de elétrons, ou seja, polarizar o feixe. Sendo assim, se o spin era uma variável de interesse para o experimento, era necessário tomar a média dos spins dos elétrons individuais que formavam o feixe, o que acarretava na perda de informação. Com a descoberta de novos materiais pôde-se a partir da fotoemissão de um fotocátodo feito do semicondutor²⁷ GaAs produzir feixes com $\gtrsim 80\%$ de seus elétrons tendo a mesma orientação de spins. Por outro lado, a polarização de feixes de pósitrons representa um desafio maior e exige técnicas que só começaram a ser dominadas recentemente [Hir00].

A necessidade de polarizar um feixe de léptons se justifica, pois além de obtermos uma melhor compreensão do sistema em estudo, já que conheceremos com maior precisão o estado inicial do sistema, também teremos condições de descobrir novos fenômenos através de colisores de partículas e de investigar possíveis novas tecnologias, como por exemplo, a spintrônica²⁸.

²⁷Arsenieto de gálio

²⁸É o estudo do spin do elétron, e em geral do spin nuclear, cujo objetivo é desenvolver uma

1.3 Colisores lineares

Colisores circulares, tais como o Large Hadron Collider (LHC), oferecem grandes possibilidades para a descoberta de nova física, presenciamos isto recentemente com o anúncio da provável descoberta do bóson de Higgs ([ATLAS12], [CMS12]). Contudo, serão os futuros colisores lineares que nos proporcionarão tanto um programa de descobertas quanto de medidas de alta precisão. De um lado, máquinas circulares são desenvolvidas para colisões de partículas pesadas, e.g. prótons, porque sempre ocorrerá perda de energia do feixe devido a radiação Síncrotron. Em adição a isto, os estados inicial e final do feixe são desconhecidos tornando inviável o uso da conservação do quadrimomentum. E mais, os intensos efeitos da QCD impedem que se tenha acesso a todos os processos que ocorrem no colisor. Por outro lado, em máquinas lineares os estados inicial e final são conhecidos com grande precisão, incluindo as helicidades das partículas envolvidas, o que nos disponibiliza o uso da lei de conservação do quadri-momentum. Aliás, como elas são projetadas para colidir léptons, os efeitos da QCD são menores e conseqüentemente a maior parte dos processos são visíveis nos detectores [Mon05]. Outras características fazem deste tipo de máquina uma ferramenta singular, e.g.: elas começarão suas operações com energias de centro de massa da ordem de centenas de GeV, com previsão para operar na escala TeV; acelerarão feixes de elétrons e pósitrons com alto grau de polarização, que a princípio, não sofrerão com efeitos de despolarização e poderão funcionar em muitos modos de operação, como por exemplo: e^-e^- , e^-e^+ , $e^-\gamma$, $e^+\gamma$, $\gamma\gamma$.

A seguir apresentaremos alguns colisores lineares.

eletrônica baseada nas propriedades do spin. Em adição a eletrônica convencional que explora a carga do elétron e suas propriedades. Veja, por exemplo, [Spin] para mais informações.

1.3.1 SLC (Stanford Linear Collider)

O SLC²⁹ foi um acelerador linear de $3,2\text{ km}$ instalado no SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) entre 1983 e 1988. Era capaz de colidir elétrons e pósitrons a uma energia de centro de massa de cerca de 91 GeV , a mesma ordem da massa do bóson Z^0 , seu principal objeto de estudo. Os primeiros eventos contendo o Z^0 foram detectados por um detector Mark II em 1992. Após a troca do Mark II para o SLD (SLAC Large Detector), o colisor tornou-se o pioneiro na realização de um feixe de elétrons parcialmente polarizados (aproximadamente 63%). Este cenário mudou substancialmente após melhoramentos técnicos atingindo valores próximos a 80%. Com este alto nível de polarização para o feixe inicial de elétrons o SLC foi capaz de medir com grande precisão a assimetria direita-esquerda e conseqüentemente o ângulo de mistura eletrofraca [SLD96].

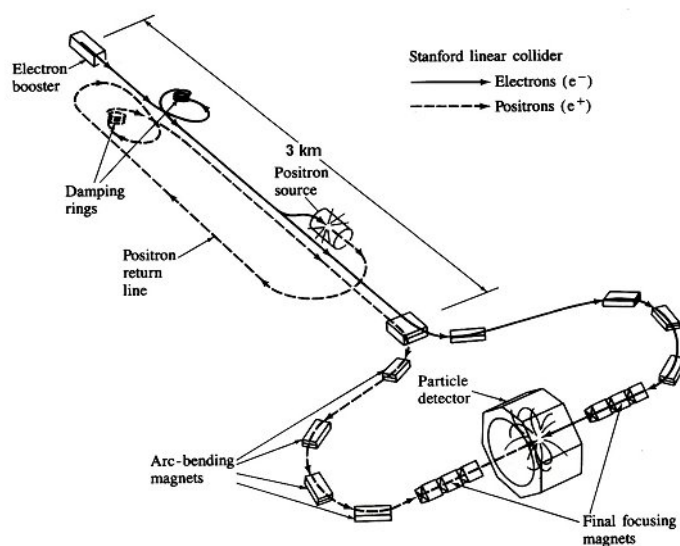


Figura 1.2: Arquitetura do SLC. Figura extraída de [Kul01].

²⁹Para maiores informações veja [SLC].

1.3.2 CLIC (Compact Linear Collider)

Projetado pelo CERN como a proposta de um futuro colisor linear³⁰, de 48,4 km de comprimento, esta máquina foi desenhada para colisões do tipo elétron-pósitron e será capaz de acelerar feixes a uma energia de centro de massa, típica, de 3 TeV. A polarização já na fase inicial para o feixe de elétrons será de aproximadamente 80%. Contudo, a polarização do feixe de pósitrons, mesmo não estando no planejamento de base do colisor, poderia ser implementada após atualizações, alcançando cerca de 30%. Uma energia tão alta para o feixe trará grandes desafios para uma medida de precisão para a polarização. Efeitos da interação feixe-feixe implicarão em uma despolarização que pode ir de aproximadamente 1%, para energias próximas 3 TeV, e até cerca de 4%, para energias menores. A luminosidade estimada está em torno de $5,9 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. O CLIC [CLIC] tem como principal ponto de apoio para sua concepção a era pós-LHC, e pretende responder questões que talvez não poderão ter uma resposta completa com o LHC. Como, por exemplo, a medida de todos os parâmetros do bóson de Higgs, tais como: massa, sua elementaridade, ou se ele pertence a um setor eletrofraco mais amplo. Aliás, as medidas de altíssima precisão que poderão ser efetuadas no CLIC fornecerão informações valiosas na investigação sobre o mecanismo de quebra da supersimetria, caso supersimetria seja comprovada.

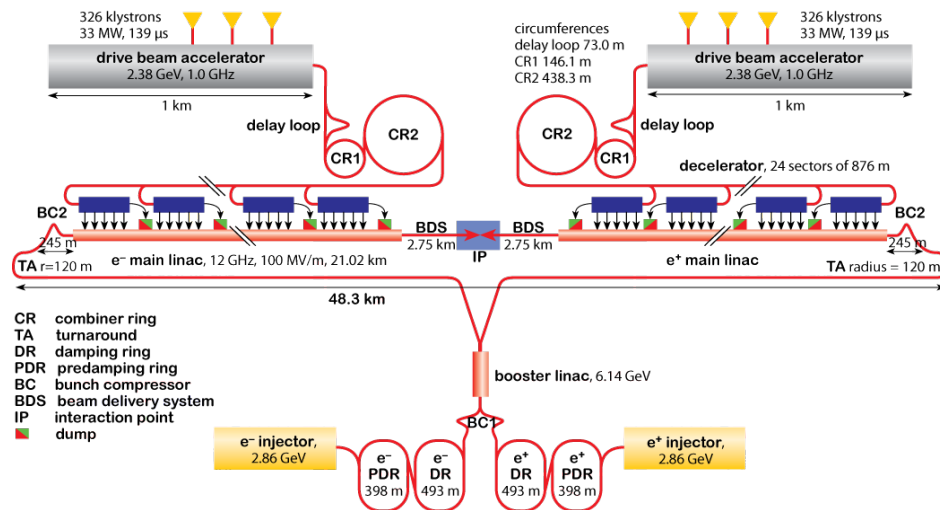


Figura 1.3: Arquitetura do CLIC. Figura extraída de [CLIC-Layout].

³⁰Veja [CLIC] para a página do projeto e também para uma análise técnica abrangente.

1.3.3 ILC (International Linear Collider)

É o projeto de um colisor linear³¹ com a extensão de 31 *km* previsto para operar com dois detetores: o ILD (International Large Detector) e o SiD (Silicon Detector). O ILC colidirá elétrons e pósitrons a energias de centro de massa de 500 *GeV* com a possibilidade de atualização para 1 *TeV*. Os quatro primeiros anos de operação terão uma luminosidade em torno de 500 *fb*⁻¹, e um valor próximo a 1.000 *fb*⁻¹ está no escopo da primeira fase do projeto. A polarização inicial do feixe de elétrons será de cerca de 80%, enquanto a do feixe de pósitrons será maior do que 50%. Este programa visa tornar-se complementar ao LHC, sendo projetado para trabalhar com um espectro muito amplo de questões além do MP, tais como: matéria escura, supersimetria, teorias de grande unificação (GUTs), etc.; além de uma compreensão mais profunda do MP em si: física do quark top, acoplamento dos bósons de gauge, física do Higgs, etc.

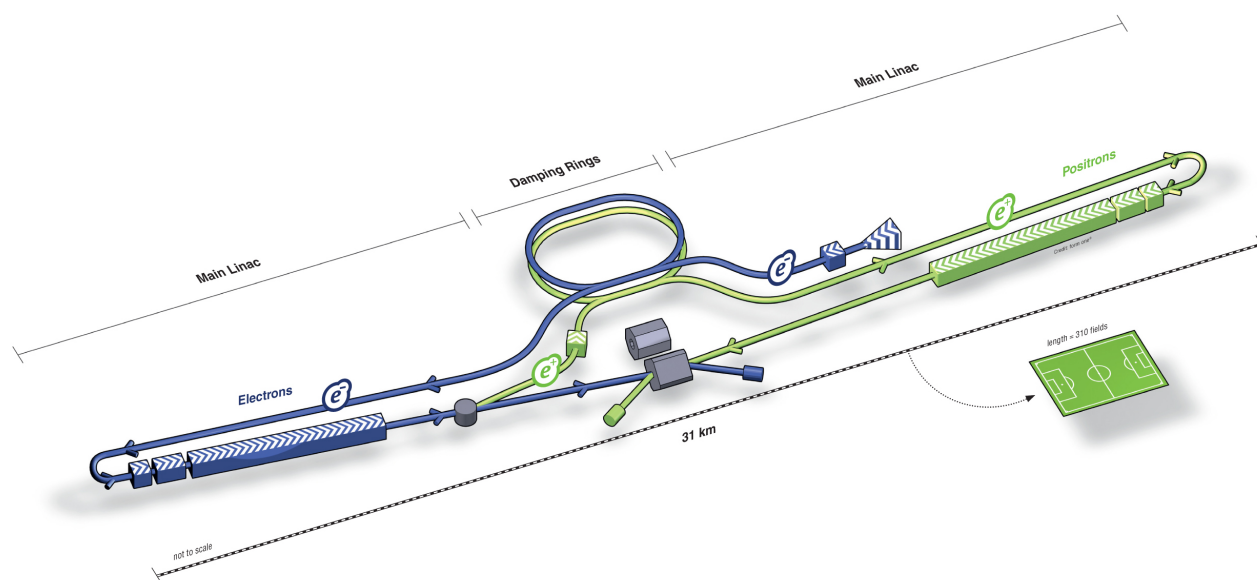


Figura 1.4: Arquitetura do ILC. Figura extraída de [ILC-Layout].

³¹Originado da união dos projetos: NLC, GLC e TESLA [ITRP07]. Maiores informações podem ser obtidas em [ILC].

1.4 Os modos e^-e^- e e^-e^+ em colisores lineares

Como vimos, colisores lineares são máquinas de grande poder investigativo para o MPE ou mesmo na busca de física além do MP ([Cuy95],[CKR94],[Cos06]). Dois modos de operação são de particular interesse: o modo e^-e^- , cujas principais contribuições são dadas pelo espalhamento Møller ($e^-e^- \rightarrow e^-e^-$) e pelo seu *bremsstrahlung* ($e^-e^- \rightarrow e^-e^-\gamma$) [Rod97], e o modo e^-e^+ , para o qual as contribuições de maior relevância são o espalhamento Bhabha ($e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$) e o seu *bremsstrahlung* ($e^-e^+ \rightarrow e^-e^+\gamma$). Existem algumas particularidades a serem notadas entre os dois modos, são elas:

- ★ As colisões do tipo e^-e^- geram sinais muito limpos, devido a menor contribuição de efeitos provindos do MP. E.g., efeitos da QCD só aparecem em energias muito altas e sempre associados à grande perda de energia.
- ★ Feixes com elétrons altamente polarizados no estado inicial podem ser facilmente produzidos. Já experimentos e^-e^+ apresentam maiores dificuldades para serem polarizados.
- ★ O modo e^-e^- além de ser duplamente carregado também contém um número leptônico não-nulo. Isto facilita a pesquisa de interações que violam sabor ou a conservação do número leptônico, algo que é de difícil acesso em processos e^-e^+ .
- ★ A tecnologia da polarização de pósitrons só alcançou polarizações com porcentagens de dezenas nas últimas décadas, através de técnicas sofisticadas, como a que utiliza espalhamento Compton e produção por pares, tal qual descrita em [Hir00].

A discussão realizada até aqui nos indica que um método de cálculo para amplitudes de transição baseado na determinação explícita das helicidades das partículas é conveniente. No capítulo 3 construiremos os espinores autoestados do operador helicidade que permitem o estabelecimento de um método com esta característica.

1.5 Colisores Circulares

1.5.1 LEP (Large Electron-Positron Collider)

Embora tenhamos alertado que colisores circulares tenham um *design* apropriado para a colisão de partículas de grande massa, experimentos com este tipo de colisor foram de enorme importância para o estudo de colisões elétron-pósitron. O LEP foi a maior máquina já concebida com esta finalidade, construído na fronteira da Suíça com a França, seu túnel de cerca de 27km de circunferência, localizado onde hoje está o LHC, era dotado de 5.176 ímãs e 128 cavidades aceleradoras distribuídos entre quatro detectores: ALEPH (Apparatus for LEP PHysics), DELPHI (DEtector with Lepton, Photon and Hadron Identification.), OPAL (Omni-Purpose Apparatus for LEP) e L3. Cada detector representava um experimento diferente, complementar aos demais. As atividades do LEP iniciaram-se em 1989 com uma energia de centro de massa de cerca de 91GeV , pois o objetivo da primeira fase de operação era a produção em grande quantidade de bósons Z . O que foi alcançado, já que durante sete anos de funcionamento o LEP produziu aproximadamente 17 milhões de bósons Z . Na segunda fase de operação, iniciada em 1995, foram adicionadas 288 cavidades aceleradoras feitas de material supercondutor, elevando a energia de centro de massa a mais que o dobro do valor inicial. Valores superiores a 209GeV foram alcançados no final dos anos 2000. Os melhoramentos possibilitaram a produção de pares de bósons W . Sendo assim, os experimentos executados no LEP nos forneceram dados detalhados do comportamento da interação fraca. Entre as realizações experimentais do LEP estão: a descoberta da existência de apenas três gerações de partículas, em completa concordância com o MP; a determinação, com grande precisão, das massas dos bósons Z e W ; e a imposição de limites para a massa do bóson de Higgs, antes mesmo de sua descoberta no LHC.

A figura 1.5 expõe o esquema de como era o funcionamento do LEP. Além do anel principal do LEP existiam outros pequenos aceleradores ao redor, pelos quais as partículas passavam antes de serem injetadas no anel principal. Os elétrons eram produzidos por emissão termiônica, e acelerados ao longo de um colisor linear, o Lep Injector Linac (LIL). Após isto, alguns elétrons eram colididos com um alvo de tungstênio para a produção de pósitrons. Os elétrons remanescentes e os pósitrons produzidos eram levados ao Electron Positron Accumulator ring (EPA), onde eles eram armazenados. Atingida a quantidade necessária para a colisão, as partículas eram conduzidas

ao Proton Synchrotron (PS), local em que eram aceleradas até alguns poucos GeVs. Então, elas eram transferidas para o Super Proton Synchrotron (SPS), onde eram novamente aceleradas e finalmente injetadas no anel principal.

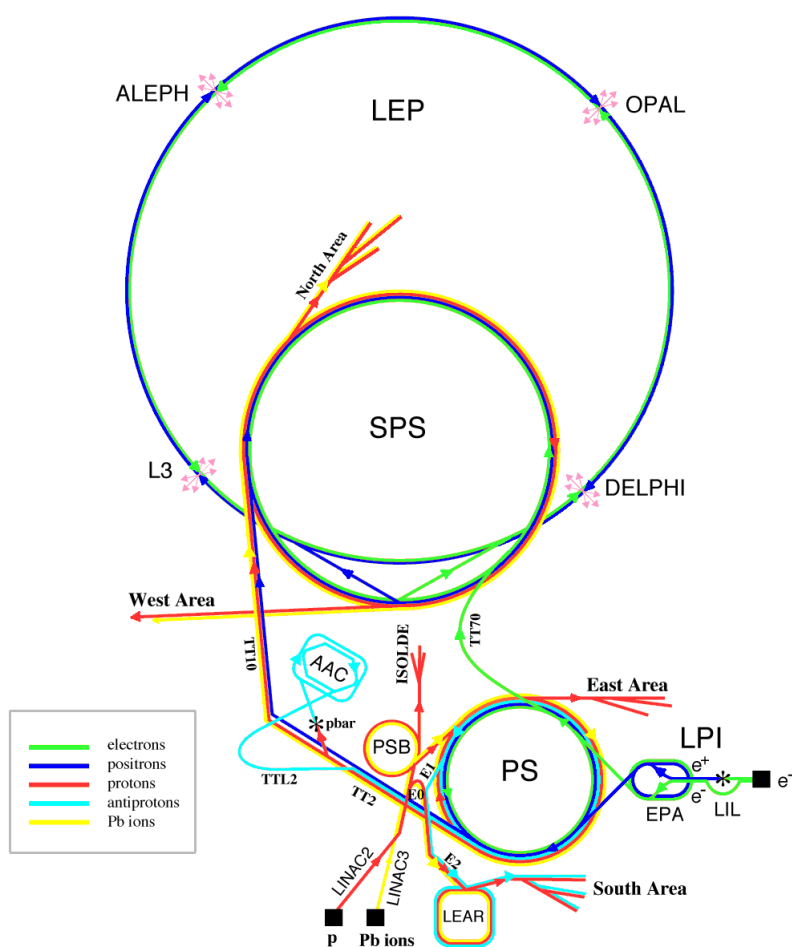


Figura 1.5: Arquitetura do LEP. Figura extraída de [LEP].

Capítulo 2

O Método do traço aplicado ao espalhamento Bhabha

No presente capítulo derivaremos a equação para a seção de choque do espalhamento Bhabha através da técnica padrão, conhecida como *método do traço*. Nosso objetivo é garantir a autenticidade do resultado obtido no capítulo 5. Portanto, nos limitaremos a apenas um cálculo: o espalhamento Bhabha, dada a sua maior complexidade. O mesmo tipo de comparação foi efetuado para o espalhamento Coulomb na referência [Rod97].

Este processo, a nível de árvore, no canal t, pode ser representado na forma diagramática como é exposto na figura A.9. Aplicando as *regras de Feynman*, obtemos a seguinte *amplitude de transição*

$$\mathcal{M}_1 = - \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^2 \bar{u}(3)\gamma^\mu u(1)\bar{v}(2)\gamma_\mu v(4). \quad (2.1)$$

Contudo, devido a indistinguibilidade entre dois férmions é necessário também considerarmos o diagrama, a nível de árvore, no canal s, mostrado na figura A.10. Do qual extraímos a seguinte amplitude de transição

$$\mathcal{M}_2 = - \left(\frac{e}{p_1 + p_2} \right)^2 \bar{u}(3)\gamma^\mu v(4)\bar{v}(2)\gamma_\mu u(1). \quad (2.2)$$

Agora estamos aptos a escrever a amplitude total. Como os dois diagramas diferem *a menos de um férmion*, as duas amplitudes terão, entre si, um sinal de menos, relativo. Assim

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2, \quad (2.3)$$

calculando o módulo quadrático de (2.3) ficamos com

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_1|^2 + |\mathcal{M}_2|^2 - (\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^*). \quad (2.4)$$

Além disso, se nenhum campo magnético for aplicado, com o intuito de alinhar os spins, os experimentos realizados terão partículas cujos spins inicialmente tem orientações aleatórias. Em vista disso, deveríamos especificar cada spin para poder calcular a amplitude de transição do estado inicial, i , para um estado final, f , arbitrário. Como não estamos interessados no spin, a seção de choque relevante é aquela dada pela média sobre todas as possíveis i configurações iniciais e a soma sobre todas as f configurações finais. Um tal tratamento tem amplitude representada por $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$, o que pode ser imposto diretamente sobre a equação (2.4). Com efeito,

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \sum_{\substack{\text{todos} \\ \text{os spins}}} |\mathcal{M}|^2 \\ &= \frac{1}{4} \sum_{\substack{\text{todos} \\ \text{os spins}}} [|\mathcal{M}_1|^2 + |\mathcal{M}_2|^2 - (\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^*)] \\ \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle + \langle |\mathcal{M}_2|^2 \rangle - (\langle \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 \rangle + \langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle), \end{aligned} \quad (2.5)$$

o fator $1/4$ foi introduzido porque tomamos a média aritmética sobre a soma de todas as possíveis configurações iniciais dos spins das partículas. Temos duas partículas, cada uma delas com duas possibilidades para a orientação de seu spin. Nosso próximo passo é calcular cada parcela de (2.5), assim começamos por cada módulo quadrático correspondente.

a)

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_1|^2 &= \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_1 \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 \{ [\bar{u}(3) \gamma^\nu u(1)] [\bar{v}(2) \gamma_\nu v(4)] \}^* \{ [\bar{u}(3) \gamma^\mu u(1)] [\bar{v}(2) \gamma_\mu v(4)] \} \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 [\bar{v}(2) \gamma_\nu v(4)]^* [\bar{u}(3) \gamma^\nu u(1)]^* [\bar{u}(3) \gamma^\mu u(1)] [\bar{v}(2) \gamma_\mu v(4)] \\
&= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 [\bar{v}(4) \gamma_\nu v(2)] [\bar{u}(1) \gamma^\nu u(3)] [\bar{u}(3) \gamma^\mu u(1)] [\bar{v}(2) \gamma_\mu v(4)] \\
|\mathcal{M}_1|^2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 [\bar{v}(2) \gamma_\mu v(4)] [\bar{v}(4) \gamma_\nu v(2)] [\bar{u}(1) \gamma^\nu u(3)] [\bar{u}(3) \gamma^\mu u(1)],
\end{aligned}$$

para escrever a última equação utilizamos o fato de que cada termo entre colchetes é um elemento de matriz, por isto pode ter sua ordem alterada na equação. Se, agora, explicitarmos os índices espinoriais teremos

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_1|^2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 [\bar{v}_a(2) (\gamma_\mu)_{ab} v_b(4)] [\bar{v}_c(4) (\gamma_\nu)_{cd} v_d(2)] \times \\
&\quad \times [\bar{u}_e(1) (\gamma^\nu)_{ef} u_f(3)] [\bar{u}_g(3) (\gamma^\mu)_{gh} u_h(1)] \\
|\mathcal{M}_1|^2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 [v_d(2) \bar{v}_a(2) (\gamma_\mu)_{ab} v_b(4) \bar{v}_c(4) (\gamma_\nu)_{cd}] \times \\
&\quad \times [u_h(1) \bar{u}_e(1) (\gamma^\nu)_{ef} u_f(3) \bar{u}_g(3) (\gamma^\mu)_{gh}],
\end{aligned}$$

calculando a média sobre todos os spins

$$\begin{aligned}
\langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 \left[\left(\sum_{s_2} v_d(2) \bar{v}_a(2) \right) (\gamma_\mu)_{ab} \left(\sum_{s_4} v_b(4) \bar{v}_c(4) \right) (\gamma_\nu)_{cd} \right] \times \\
&\quad \times \left[\left(\sum_{s_1} u_h(1) \bar{u}_e(1) \right) (\gamma^\nu)_{ef} \left(\sum_{s_3} u_f(3) \bar{u}_g(3) \right) (\gamma^\mu)_{gh} \right],
\end{aligned}$$

e utilizando as relações de completeza

$$\sum_{s=1,2} u_s(p) \bar{u}_s(p) = \not{p} + m, \quad (2.6)$$

$$\sum_{s=1,2} v_s(p) \bar{v}_s(p) = \not{p} - m, \quad (2.7)$$

e o fato da massas das partículas envolvidas serem todas iguais a um mesmo valor m , temos

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 \left[(\not{p}_2 - m)_{da} (\gamma_\mu)_{ab} (\not{p}_4 - m)_{bc} (\gamma_\nu)_{cd} \right] \times \\ &\times \left[(\not{p}_1 + m)_{he} (\gamma^\nu)_{ef} (\not{p}_3 + m)_{fg} (\gamma^\mu)_{gh} \right], \end{aligned}$$

como cada termo entre colchetes começa e termina com o mesmo índice, temos o traço de cada um deles. Ou seja

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 \text{Tr} \left[(\not{p}_2 - m) \gamma_\mu (\not{p}_4 - m) \gamma_\nu \right] \times \\ &\times \text{Tr} \left[(\not{p}_1 + m) \gamma^\nu (\not{p}_3 + m) \gamma^\mu \right], \end{aligned}$$

realizando as multiplicações necessárias chegamos a

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 \text{Tr} \left[\not{p}_4 \gamma_\nu \not{p}_2 \gamma_\mu - \not{p}_4 \gamma_\nu m \gamma_\mu - m \gamma_\nu \not{p}_2 \gamma_\mu + m^2 \gamma_\nu \gamma_\mu \right] \times \\ &\times \text{Tr} \left[\not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_3 \gamma^\mu + \not{p}_1 \gamma^\nu m \gamma^\mu + m \gamma^\nu \not{p}_3 \gamma^\mu + m^2 \gamma^\nu \gamma^\mu \right], \end{aligned}$$

decompondo a contração das componentes dos 4-momenta com as matrizes γ , e utilizando o fato de que constantes saem do argumento do traço, ficamos com

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 \left\{ p_4^\theta p_2^\lambda \text{Tr} [\gamma_\theta \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu] - m p_4^\theta \text{Tr} [\gamma_\theta \gamma_\nu \gamma_\mu] - \right. \\ &- m p_2^\lambda \text{Tr} [\gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu] + m^2 \text{Tr} [\gamma_\nu \gamma_\mu] \left. \right\} \times \left\{ p_{1\tau} p_{3\psi} \text{Tr} [\gamma^\tau \gamma^\nu \gamma^\psi \gamma^\mu] + \right. \\ &+ m p_{1\tau} \text{Tr} [\gamma^\tau \gamma^\nu \gamma^\mu] + m p_{3\psi} \text{Tr} [\gamma^\nu \gamma^\psi \gamma^\mu] + m^2 \text{Tr} [\gamma^\nu \gamma^\mu] \left. \right\}. \end{aligned}$$

Pela propriedade (D.8) reescrevemos a equação anterior como

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 - p_3} \right)^4 \{ p_4^\theta p_2^\lambda \text{Tr} [\gamma_\theta \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu] + m^2 \text{Tr} [\gamma_\nu \gamma_\mu] \} \times \\ &\times \{ p_{1\tau} p_{3\psi} \text{Tr} [\gamma^\tau \gamma^\nu \gamma^\psi \gamma^\mu] + m^2 \text{Tr} [\gamma^\nu \gamma^\mu] \}, \end{aligned}$$

e com o auxílio de (D.7) e (D.9), após um pouco de álgebra, temos

$$\begin{aligned} \frac{\langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle}{2e^4} &= \frac{4}{(p_1 - p_3)^4} \{ (p_1 \cdot p_4) (p_2 \cdot p_3) + (p_1 \cdot p_2) (p_3 \cdot p_4) - \\ &- m^2 (p_2 \cdot p_4) - m^2 (p_1 \cdot p_3) + 2m^4 \} \end{aligned} \quad (2.8)$$

b)

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_2|^2 &= - \left(\frac{e}{p_1 + p_2} \right)^4 \{ \bar{u}(3) \gamma^\mu v(4) \bar{v}(2) \gamma_\mu u(1) \}^* \times \\ &\times \{ \bar{u}(3) \gamma^\mu v(4) \bar{v}(2) \gamma_\mu u(1) \}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

se aplicarmos um procedimento análogo ao considerado acima, encontraremos

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}_2|^2 \rangle &= \frac{1}{4} \left(\frac{e}{p_1 + p_2} \right)^4 \{ p_1^\tau p_2^\lambda \text{Tr} [\gamma_\tau \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu] - m^2 \text{Tr} [\gamma_\nu \gamma_\mu] \} \times \\ &\times \{ p_{4\theta} p_{3\psi} \text{Tr} [\gamma^\theta \gamma^\nu \gamma^\psi \gamma^\mu] - m^2 \text{Tr} [\gamma^\nu \gamma^\mu] \}, \end{aligned}$$

e finalmente

$$\begin{aligned} \frac{\langle |\mathcal{M}_2|^2 \rangle}{2e^4} &= \frac{4}{(p_1 + p_2)^4} \{ (p_1 \cdot p_4) (p_2 \cdot p_3) + (p_1 \cdot p_3) (p_2 \cdot p_4) + \\ &+ m^2 (p_1 \cdot p_2) + m^2 (p_3 \cdot p_4) + 2m^4 \}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

As parcelas restantes são às vezes chamadas de *termos de interferência*, elas exigem um volume maior de operações algébricas. Todavia, podemos obtê-las da mesma forma que as parcelas **a)** e **b)**.

c)

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 &= \left(\frac{e^4}{(p_1 - p_3)^2 (p_1 + p_2)^2} \right) \{ [\bar{u}(3) \gamma^\nu u(1)] [\bar{v}(2) \gamma_\nu v(4)] \}^* \times \\ &\times \{ [\bar{u}(3) \gamma^\mu v(4)] [\bar{v}(2) \gamma_\mu u(1)] \}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

executando a média sobre os spins, utilizando as relações de completudeza e a propriedade (D.8) alcançamos

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 \rangle &= \frac{1}{4} \frac{e^4}{(p_1 - p_3)^2 (p_1 + p_2)^2} \left\{ p_1^\tau p_2^\lambda p_3^\psi p_4^\theta \text{Tr} [\gamma_\theta \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma_\tau \gamma^\nu \gamma_\psi \gamma^\mu] + \right. \\ &+ m^2 p_2^\lambda p_4^\theta \text{Tr} (\gamma_\theta \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu) - m^2 p_1^\tau p_4^\theta \text{Tr} (\gamma_\theta \gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\tau \gamma^\nu \gamma^\mu) - \\ &- m^2 p_3^\psi p_4^\theta \text{Tr} (\gamma_\theta \gamma_\nu \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma_\psi \gamma^\mu) - m^2 p_1^\tau p_2^\lambda \text{Tr} (\gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma_\tau \gamma^\nu \gamma^\mu) - \\ &- m^2 p_2^\lambda p_3^\psi \text{Tr} (\gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma_\psi \gamma^\mu) + m^2 p_1^\tau p_2^\lambda \text{Tr} (\gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\tau \gamma^\nu \gamma_\psi \gamma^\mu) + \\ &\left. + m^4 \text{Tr} (\gamma_\nu \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu) \right\}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

agora, com o uso adequado das propriedades (D.2), (D.4) e (D.5) podemos escrever

$$\begin{aligned} \frac{\langle \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 \rangle}{2e^4} &= \frac{1}{(p_1 - p_3)^2 (p_1 + p_2)^2} \left\{ -4(p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) + 2m^2 [(p_2 \cdot p_4) - \right. \\ &- (p_1 \cdot p_4) - (p_3 \cdot p_4) - (p_1 \cdot p_2) - (p_2 \cdot p_3) + (p_1 \cdot p_3)] - \\ &\left. - m^4 \right\}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

d) Consideremos o segundo termo de interferência

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* &= \left(\frac{e^4}{(p_1 - p_3)^2 (p_1 + p_2)^2} \right) \{ [\bar{u}(3) \gamma^\nu v(4)] [\bar{v}(2) \gamma_\nu u(1)] \}^* \times \\ &\times \{ [\bar{u}(3) \gamma^\mu u(1)] [\bar{v}(2) \gamma_\mu v(4)] \}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

e de forma inteiramente análoga a realizada em **c)** encontramos

$$\begin{aligned}
\langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle &= \frac{1}{4} \frac{e^4}{(p_1 - p_3)^2 (p_1 + p_2)^2} \left\{ p_1^\tau p_2^\lambda p_3^\psi p_4^\theta \text{Tr} [\gamma_\theta \gamma^\nu \gamma_\psi \gamma^\mu \gamma_\tau \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu] - \right. \\
&- m^2 p_3^\psi p_4^\theta \text{Tr} (\gamma_\theta \gamma^\nu \gamma_\psi \gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\mu) - m^2 p_1^\tau p_4^\theta \text{Tr} (\gamma_\theta \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma_\tau \gamma_\nu \gamma_\mu) + \\
&+ m^2 p_2^\lambda p_4^\theta \text{Tr} (\gamma_\theta \gamma^\nu \gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu) + m^2 p_1^\tau p_3^\psi \text{Tr} (\gamma^\nu \gamma_\psi \gamma^\mu \gamma_\tau \gamma_\nu \gamma_\mu) - \\
&- m^2 p_2^\lambda p_3^\psi \text{Tr} (\gamma^\nu \gamma_\psi \gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu) - m^2 p_1^\tau p_2^\lambda \text{Tr} (\gamma^\nu \gamma^\mu \gamma_\tau \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\mu) + \\
&\left. + m^4 \text{Tr} (\gamma^\nu \gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\mu) \right\}, \tag{2.15}
\end{aligned}$$

executando as multiplicações convenientes e aplicando as propriedades do traço relevantes, podemos mostrar que as equações (2.12) e (2.15) geram o mesmo resultado. Assim

$$\langle \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 \rangle = \langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle.$$

Antes de substituírmos as expressões encontradas para: **a)**, **b)**, **c)** e **d)** na equação (2.5). Vamos simplificar nossos cálculos tomando o limite relativístico de cada uma delas. Portanto, a massa deve ser feita igual a zero. Isto se justifica, pois para as energias empregadas em laboratório a massa do elétron/pósitron é irrelevante. Daí, escrevemos

a')

$$\frac{\langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle}{2e^4} = \frac{4}{(p_1 - p_3)^4} \{ (p_1 \cdot p_4) (p_2 \cdot p_3) + (p_1 \cdot p_2) (p_3 \cdot p_4) \}; \tag{2.16}$$

b')

$$\frac{\langle |\mathcal{M}_2|^2 \rangle}{2e^4} = \frac{4}{(p_1 + p_2)^4} \{ (p_1 \cdot p_4) (p_2 \cdot p_3) + (p_1 \cdot p_3) (p_2 \cdot p_4) \}; \tag{2.17}$$

c') = d')

$$\frac{\langle \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 \rangle}{2e^4} = \frac{\langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle}{2e^4} = \frac{-4 (p_1 \cdot p_4) (p_2 \cdot p_3)}{(p_1 - p_3)^2 (p_1 + p_2)^2}. \tag{2.18}$$

Ou em termos das variáveis de Mandelstam¹

a")

$$\frac{\langle |\mathcal{M}_1|^2 \rangle}{2e^4} = \frac{u^2 + s^2}{t^2}; \quad (2.19)$$

b")

$$\frac{\langle |\mathcal{M}_2|^2 \rangle}{2e^4} = \frac{u^2 + t^2}{s^2}; \quad (2.20)$$

c") = d")

$$\frac{\langle \mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2 \rangle}{2e^4} = \frac{\langle \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^* \rangle}{2e^4} = -\frac{u^2}{ts}. \quad (2.21)$$

E substituindo (2.19), (2.20) e (2.21) em (2.5) ficamos com

$$\frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{2e^4} = \frac{u^2 + s^2}{t^2} + \frac{u^2 + t^2}{s^2} + \frac{2u^2}{ts}, \quad (2.22)$$

este é o valor médio do módulo quadrático da amplitude total do espalhamento Bhabha, normalizado por um fator $2e^4$.

Finalmente, a seção de choque diferencial, como medida no referencial de centro de massa, de um espalhamento elástico, é²

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$$

que para o espalhamento Bhabha torna-se

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2s} \left[\frac{u^2 + s^2}{t^2} + \frac{u^2 + t^2}{s^2} + \frac{2u^2}{ts} \right], \quad (2.23)$$

em que definimos a *constante de estrutura fina*, $\alpha = e^2/4\pi$.

¹Veja o apêndice B.

²Veja, eg., o capítulo 7 de [LP07] ou o exemplo 6.7 de [Gri04].

Capítulo 3

A construção de quadriespinores autoestados do operador helicidade

Este capítulo é dedicado à construção de espinores que sejam, simultaneamente, autoestados do operador helicidade, Λ , e que satisfaçam a *eq. de Dirac livre*¹

$$\left(-i \sum_{k=1}^3 \alpha_k \frac{\partial}{\partial x^k} + \beta m \right) \psi(\mathbf{x}, t) = i \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{x}, t). \quad (3.1)$$

Atentamos para o fato de que espinores padrões, tais como aqueles apresentados no livro [BD64], não são autoestados do operador helicidade [Rod97].

3.1 A necessidade do operador helicidade

As soluções, ψ , da equação de Dirac para uma partícula livre, eq. (3.1), podem ser supostas na forma de uma onda plana

$$\psi(\mathbf{x}, t) = u(\mathbf{p}) e^{-i(Et - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x})}, \quad (3.2)$$

¹Na ausência de potenciais. O leitor interessado em detalhes da teoria de Dirac, a qual abrange: a construção da eq. de Dirac, suas soluções, as matrizes de Dirac, suas representações e mais, é convidado a ler as referências: [AH02], [Bil94], [BD64], [IZ05] e o trabalho original [Dir28].

em que a função u , do trimomentum, pode ser escrita como uma matriz coluna de quatro componentes, tal como

$$u(\mathbf{p}) = N \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

sendo N uma constante de normalização, a ser determinada. Para facilitar nossa análise podemos reescrever u como uma matriz de duas componentes

$$u(\mathbf{p}) = N \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

desde que ϕ e χ sejam matrizes coluna de duas componentes, cada.

Por outro lado, notemos que para uma partícula que obedece a eq. (3.1), ou seja, um férmion de spin 1/2, existirão degenerescências na descrição do seu movimento. Este fato pode ser percebido quando explicitamos u em função de apenas uma variável, digamos que seja ϕ . Para determinar ϕ explicitamente devemos reescrever a eq. de Dirac, começamos utilizando o *princípio da correspondência*

$$\begin{cases} -i\partial_k \rightarrow p_k \\ i\partial_t \rightarrow E \end{cases}$$

na eq. (3.1), assim somos levados a

$$\left(\sum_{k=1}^3 \alpha_k p_k + \beta m \right) \psi = E\psi,$$

ou, de maneira mais compacta,

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m) \psi = E\psi. \quad (3.5)$$

Agora devemos escolher uma representação para as matrizes de Dirac, $\boldsymbol{\alpha}$ e β . Escolhemos a seguinte representação

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

conhecida como *representação de Weyl* ou *representação quiral*. Sendo $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ um trivetor formado pelas matrizes de Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad (3.7)$$

enquanto $\mathbf{0}$ e $\mathbb{1}$ representam a matriz nula e a matriz identidade, ambas de ordem 2, respectivamente. Então, substituindo (3.4) em (3.2) e seu resultado, juntamente com as eqs. (3.6), em (3.5) ficamos com

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} & -\mathbb{1}m \\ -\mathbb{1}m & -\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

ou com um sistema de equações

$$\begin{cases} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} - E) \phi = m\chi & (3.9) \\ -(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} - E) \chi = m\phi. & (3.10) \end{cases}$$

Finalmente podemos escrever u apenas em função de ϕ , para isto isolamos χ na eq. (3.9) e substituímos o resultado na eq. (3.4) o que nos fornece

$$u^{(s)}(\mathbf{p}) = N \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} - E}{m} \phi \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

sendo a variável ϕ completamente arbitrária. Para facilitar poderíamos escolhê-la normalizada, sendo assim, temos duas possibilidades para esta escolha

$$\phi_a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \phi_b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

e a solução mais geral deve ser uma combinação linear destas duas possibilidades

$$\phi = a\phi_a + b\phi_b,$$

em que a e b são números complexos. Notemos portanto que existem duas soluções u , uma com $\phi = \phi_a$ e outra com $\phi = \phi_b$, para cada par de valores \mathbf{p} e E . Ou seja, as soluções ψ da eq. de Dirac, que representam uma partícula livre, são degeneradas para

um dado quadrimomentum \vec{p} . Naturalmente podemos eliminar esta degenerescência, desde que encontremos um operador que comute com a hamiltoniana de Dirac, $H = -i \sum_k \alpha_k \partial_k + \beta m$. Existem muitas escolhas possíveis para este operador, uma escolha útil² é o operador helicidade, $\Lambda = \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{p} / |\mathbf{p}|$.

3.2 A construção dos autoestados do operador helicidade

Começamos considerando a projeção do operador³ $\boldsymbol{\Sigma}$ na direção de movimento, ou seja, na direção do momentum, do sistema em estudo

$$\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{p} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

com

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} &= \sigma_x p_x + \sigma_y p_y + \sigma_z p_z \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} p_x + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} p_y + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} p_z \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} &= \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Utilizando (3.13), e a notação abreviada: $p_{\pm} \equiv p_x \pm ip_y$, colocamos o operador

²Veja o capítulo 4 de [AH02], para motivações.

³Veja [AH02], para maiores detalhes.

helicidade em sua forma matricial⁴

$$\Lambda \equiv \frac{\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = \frac{1}{|\mathbf{p}|} \begin{pmatrix} p_z & p_- & 0 & 0 \\ p_+ & -p_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_z & p_- \\ 0 & 0 & p_+ & -p_z \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Realizando a seguinte substituição de variáveis⁵

$$p \eta^\pm = E \pm m, \quad p \cos \theta = p_z, \quad p e^{\pm i\phi} \sin \theta = p_\pm, \quad (3.15)$$

podemos escrever

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{-i\phi} \sin \theta & 0 & 0 \\ e^{i\phi} \sin \theta & -\cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & e^{-i\phi} \sin \theta \\ 0 & 0 & e^{i\phi} \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Para garantirmos que o operador Λ comute com a hamiltoniana, H , de Dirac o quadriespinor ψ que satisfaz a equação de Dirac deve satisfazer também a uma equação de autovalores para Λ . Seja

$$\Lambda \psi = \lambda \psi \quad (3.17)$$

esta equação, na qual o autovalor λ é a helicidade da partícula, que pode assumir os valores $+1$ ou -1 , se o momentum da partícula é paralelo ou antiparalelo ao seu spin,

⁴Notemos que a forma matricial deste operador independe da representação específica que adotamos para as matrizes de Dirac. Já que as matrizes de Pauli, σ_i , advêm exclusivamente da álgebra do momentum angular.

⁵As novas variáveis são particularmente apropriadas para a descrição das grandezas do sistema em estudo, tais como: energia, momentum e velocidade. As expressões para estas grandezas são dadas no apêndice C.

respectivamente. Além disso, como ψ deve ter a forma de uma onda plana

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} e^{-i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}-Et)}, \quad (3.18)$$

a equação matricial (3.17) toma a forma

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & e^{-i\phi} \text{sen } \theta & 0 & 0 \\ e^{i\phi} \text{sen } \theta & -\cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & e^{-i\phi} \text{sen } \theta \\ 0 & 0 & e^{i\phi} \text{sen } \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Ou a forma de um sistema de equações algébricas

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \cos \theta + C_2 e^{-i\phi} \text{sen } \theta = \lambda C_1 \end{array} \right. \quad (3.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 e^{i\phi} \text{sen } \theta - C_2 \cos \theta = \lambda C_2 \end{array} \right. \quad (3.21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_3 \cos \theta + C_4 e^{-i\phi} \text{sen } \theta = \lambda C_3 \end{array} \right. \quad (3.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_3 e^{i\phi} \text{sen } \theta - C_4 \cos \theta = \lambda C_4. \end{array} \right. \quad (3.23)$$

Nosso próximo passo será analisar este sistema de equações para $\lambda = +1$ e posteriormente para $\lambda = -1$. As equações resultantes desta análise deverão ser comparadas com equações provindas da equação de Dirac, de tal modo que ψ seja simultaneamente autoestado de Λ e de H .

3.3 Sistemas com helicidade positiva

Consideremos as equações (3.21) e (3.23) com $\lambda = +1$

$$\begin{cases} C_1 e^{i\phi} \operatorname{sen} \theta - C_2 \cos \theta = C_2 \\ C_3 e^{i\phi} \operatorname{sen} \theta - C_4 \cos \theta = C_4, \end{cases}$$

isolando C_2 na primeira e C_4 na segunda teremos

$$C_2 = \frac{C_1 e^{i\phi} \operatorname{sen} \theta}{(1 + \cos \theta)}, \quad C_4 = \frac{C_3 e^{i\phi} \operatorname{sen} \theta}{(1 + \cos \theta)}. \quad (3.24)$$

Se utilizarmos a seguinte identidade trigonométrica

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\vartheta}{2} \right) = \frac{\operatorname{sen} \vartheta}{1 + \cos \vartheta} \quad (3.25)$$

nas equações (3.24) ficaremos com

$$\begin{cases} C_2 = \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) e^{i\phi} C_1 \\ C_4 = \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) e^{i\phi} C_3. \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\begin{cases} C_4 = \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) e^{i\phi} C_3. \end{cases} \quad (3.27)$$

Agora de posse da seguinte relação

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\vartheta}{2} \right) = \operatorname{sen} \vartheta - \operatorname{tg} \left(\frac{\vartheta}{2} \right) \cos \vartheta, \quad (3.28)$$

reescrevemos (3.26) e (3.27) como

$$\begin{cases} C_2 = \left[\operatorname{sen} \theta - \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos \theta \right] e^{i\phi} C_1 \\ C_4 = \left[\operatorname{sen} \theta - \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos \theta \right] e^{i\phi} C_3, \end{cases}$$

multiplicando ambas por $-\operatorname{sen} \theta$ e pondo o $\cos \theta$ em evidência

$$\begin{cases} -\operatorname{sen} \theta C_2 = \left[\cos \theta \left(\cos \theta + \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen} \theta \right) - 1 \right] e^{i\phi} C_1 \\ -\operatorname{sen} \theta C_4 = \left[\cos \theta \left(\cos \theta + \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen} \theta \right) - 1 \right] e^{i\phi} C_3, \end{cases}$$

utilizando novamente outra identidade trigonométrica, a saber,

$$\operatorname{sen} \vartheta \operatorname{tg} \left(\frac{\vartheta}{2} \right) + \cos \vartheta = 1, \quad (3.29)$$

colocamos as equações acima na forma

$$\begin{cases} -\operatorname{sen} \theta C_2 = (\cos \theta - 1) e^{i\phi} C_1 \\ -\operatorname{sen} \theta C_4 = (\cos \theta - 1) e^{i\phi} C_3, \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} C_1 = C_1 \cos \theta + C_2 e^{-i\phi} \operatorname{sen} \theta & (3.30) \\ C_3 = C_1 \cos \theta + C_4 e^{-i\phi} \operatorname{sen} \theta. & (3.31) \end{cases}$$

Por fim, subtraindo (3.31) de (3.30) teremos

$$C_3 - C_1 = (C_3 - C_1) \cos \theta + (C_4 - C_2) e^{-i\phi} \operatorname{sen} \theta. \quad (3.32)$$

Esta equação, (3.32), é a primeira das quatro equações que quando comparadas, entre si, utilizaremos para obter a forma explícita dos espinores autoestados do operador helicidade.

3.4 Sistemas com helicidade negativa

Escolhemos agora as equações (3.20) e (3.22), com $\lambda = -1$, ou seja

$$\begin{cases} C_1 \cos \theta + C_2 e^{-i\phi} \operatorname{sen} \theta = -C_1 & (3.33) \\ C_3 \cos \theta + C_4 e^{-i\phi} \operatorname{sen} \theta = -C_3. & (3.34) \end{cases}$$

Isolando C_2 e C_4 em (3.33) e (3.34), respectivamente, teremos

$$\begin{cases} C_2 = -\frac{e^{i\phi} \operatorname{sen} \theta}{1 - \cos \theta} C_1 & (3.35) \\ C_4 = -\frac{e^{i\phi} \operatorname{sen} \theta}{1 - \cos \theta} C_3. & (3.36) \end{cases}$$

E aplicando a identidade

$$\operatorname{cotg} \left(\frac{\vartheta}{2} \right) = \frac{\operatorname{sen} \vartheta}{1 - \cos \vartheta}, \quad (3.37)$$

às equações (3.35) e (3.36) ficamos com

$$\begin{cases} C_2 = -e^{i\phi} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) C_1 \\ C_4 = -e^{i\phi} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) C_3. \end{cases} \quad (3.38)$$

$$\quad (3.39)$$

Com o uso de uma outra identidade trigonométrica, a saber,

$$\cotg\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \sen \vartheta + \cos \vartheta \cotg\left(\frac{\vartheta}{2}\right), \quad (3.40)$$

colocamos as equações (3.38) e (3.39) na forma

$$\begin{cases} C_2 = -e^{i\phi} \left[\sen \theta + \cos \theta \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] C_1 \\ C_4 = -e^{i\phi} \left[\sen \theta + \cos \theta \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] C_3, \end{cases} \quad (3.41)$$

$$\quad (3.42)$$

multiplicando ambas por $\sen \theta$ e evidenciando o $\cos \theta$

$$\begin{cases} C_2 \sen \theta = -e^{i\phi} \left[1 + \cos \theta \left(-\cos \theta + \sen \theta \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \right] C_1 \\ C_4 \sen \theta = -e^{i\phi} \left[1 + \cos \theta \left(-\cos \theta + \sen \theta \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \right] C_3. \end{cases} \quad (3.43)$$

$$\quad (3.44)$$

Por fim, utilizando a identidade

$$\sen \vartheta \cotg\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - \cos \vartheta = 1, \quad (3.45)$$

resultando no seguinte par de equações

$$\begin{cases} C_2 \sen \theta = -e^{i\phi} (1 + \cos \theta) C_1 \\ C_4 \sen \theta = -e^{i\phi} (1 + \cos \theta) C_3, \end{cases} \quad (3.46)$$

$$\quad (3.47)$$

ou

$$\begin{cases} C_1 = - (C_2 \sen \theta e^{-i\phi} + C_1 \cos \theta) \\ C_3 = - (C_4 \sen \theta e^{-i\phi} + C_3 \cos \theta). \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\quad (3.49)$$

Subtraíndo (3.49) de (3.48) teremos

$$C_3 - C_1 = (C_2 - C_4) e^{-i\phi} \text{sen } \theta + (C_1 - C_3) \cos \theta. \quad (3.50)$$

Esta equação, (3.50), é a segunda das quatro equações que quando comparadas, entre si, nos fornecerão as componentes do espinores autoestados do operador helicidade.

3.5 A equação de Dirac para partículas e os espinores de energia positiva.

Partimos da eq. de Dirac escrita para os espinores de energia positiva, u , na *notação de Feynman*⁶, ou seja,

$$(\not{p} - m) u(\mathbf{p}),$$

cuja forma expandida é

$$(\gamma^0 E - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} - m) u(\mathbf{p}) = 0, \quad (3.51)$$

já vimos que o espinor u deve ter a forma

$$u(\mathbf{p}) = N \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix}. \quad (3.52)$$

⁶Aquela em que qualquer produto do tipo $A^\nu \gamma_\nu$ é escrito como \not{A} . Sendo A^ν as componentes de um quadrivetor \vec{A} e γ_ν as *matrizes de Dirac*.

Desta maneira, a equação (3.51) na *representação de Weyl* fica

$$\begin{aligned}
0 &= \left[\begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} E - \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{p} - m \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} \\
&= \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & -E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E \\ -E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -E & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & p_z & p_- \\ 0 & 0 & p_+ & -p_z \\ -p_z & -p_- & 0 & 0 \\ -p_+ & p_z & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} \\
0 &= \begin{pmatrix} -m & 0 & -(E + p_z) & -p_- \\ 0 & -m & -p_+ & -E + p_z \\ -E + p_z & p_- & -m & 0 \\ p_+ & -(E + p_z) & 0 & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix}. \tag{3.53}
\end{aligned}$$

Ou na forma de um sistema de equações

$$\begin{cases} -mC_1 - (E + p_z)C_3 - p_-C_4 = 0 & (3.54) \\ -mC_2 - p_+C_3 + (-E + p_z)C_4 = 0 & (3.55) \\ (-E + p_z)C_1 + p_-C_2 - mC_3 = 0 & (3.56) \\ p_+C_1 - (E + p_z)C_2 - mC_4 = 0. & (3.57) \end{cases}$$

Subtraindo a equação (3.56) da equação (3.54), temos

$$(-E + p_z + m)C_1 + p_-C_2 + (E - m + p_z)C_3 + p_-C_4 = 0, \tag{3.58}$$

por outro lado, se subtrairmos a equação (3.57) da equação (3.55) ficamos com

$$p_+C_1 + (-E + m - p_z)C_2 + p_+C_3 + (E - m - p_z)C_4 = 0. \tag{3.59}$$

Aplicando a mudança de variáveis (3.15) nas equações (3.58) e (3.59) encontraremos

$$\begin{cases} (-\eta^{-1} + \cos \theta) C_1 + e^{-i\phi} \operatorname{sen} \theta C_2 + (\eta^{-1} + \cos \theta) C_3 + e^{-i\phi} \operatorname{sen} \theta C_4 = 0 & (3.60) \\ e^{i\phi} \operatorname{sen} \theta C_1 - (\eta^{-1} + \cos \theta) C_2 + e^{i\phi} \operatorname{sen} \theta C_3 + (\eta^{-1} - \cos \theta) C_4 = 0. & (3.61) \end{cases}$$

Estamos, neste momento, em condições de escrever os dois quadriespinores que representam férmions com energia positiva e helicidade positiva (ou negativa). Para isto, devemos encontrar as relações entre as constantes C s que deixam o espinor ψ idêntico ao espinor u . Com efeito, dada a equação (3.60) escrita na forma

$$C_3 - C_1 = -\eta \cos \theta (C_1 + C_3) - \eta e^{-i\phi} \sin \theta (C_2 + C_4), \quad (3.62)$$

quando comparada à equação (3.32) fornece

$$\begin{cases} C_1 = \frac{1 + \eta}{1 - \eta} C_3 \\ C_2 = \frac{1 + \eta}{1 - \eta} C_4. \end{cases} \quad (3.63)$$

$$\quad (3.64)$$

Agora impondo uma condição de normalização para os espinores, uma dentre as escolhas possíveis é

$$\int \psi^\dagger \psi d^3x = 1 \rightarrow |C_1|^2 + |C_2|^2 + |C_3|^2 + |C_4|^2 = 1, \quad (3.65)$$

ela tem a vantagem de garantir que os espinores mantenham-se invariantes de Lorentz, veja [Flü94]. Reescrevamos a equação (3.65) como

$$|C_1|^2 + |C_3|^2 = 1 - (|C_2|^2 + |C_4|^2), \quad (3.66)$$

inserindo na equação (3.66) os módulos quadráticos das equações (3.26) e (3.27), teremos

$$(|C_1|^2 + |C_3|^2) \left[1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] = 1, \quad (3.67)$$

que com a identidade

$$\frac{1}{\cos^2 \vartheta} = 1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta, \quad (3.68)$$

torna-se

$$|C_1|^2 + |C_3|^2 = \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (3.69)$$

Por outro lado, tomando o módulo quadrático da equação (3.63) e substituindo o resultado na equação (3.69) ficamos com

$$C_3 = \frac{1 - \eta}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (3.70)$$

que quando inserida em (3.26) nos gera a constante

$$C_1 = \frac{1 + \eta}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (3.71)$$

Para encontrarmos C_2 e C_4 substituímos (3.71) e (3.70) em (3.26) e (3.27), respectivamente,

$$\begin{cases} C_2 = \frac{1 + \eta}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} e^{i\phi} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ C_4 = \frac{1 - \eta}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} e^{i\phi} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right). \end{cases} \quad (3.72)$$

$$\quad (3.73)$$

Por fim, o espinor de energia e helicidade positivas será

$$u^+ = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_+ \cos(\theta/2) \\ \eta_+ e^{i\phi} \operatorname{sen}(\theta/2) \\ \eta_- \cos(\theta/2) \\ \eta_- e^{i\phi} \operatorname{sen}(\theta/2) \end{pmatrix}, \quad (3.74)$$

em que definimos $\eta_{\pm} = 1 \pm \eta$. Além disso, adotamos que o sinal superior + ou -, ao lado do espinor, indicará um espinor de helicidade positiva ou negativa.

Observamos que as exponenciais só aparecem nas constantes C_2 e C_4 , porém por questões de simetria seria interessante que todas as componentes do espinor contivessem exponenciais. Isto é alcançado com uma redefinição das constantes, contudo para mantermos os resultados físicos inalterados devemos considerar os seguintes vínculos

$$\frac{C_1}{C_2} = e^{-i\phi} \operatorname{cotg}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{e} \quad \frac{C_3}{C_4} = e^{-i\phi} \operatorname{cotg}\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (3.75)$$

Então, dadas as constantes, com fases arbitrárias,

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \frac{\eta_+}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} e^{ia\phi} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ C_2 = \frac{\eta_+}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} e^{ib\phi} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ C_3 = \frac{\eta_-}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} e^{ic\phi} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ C_4 = \frac{\eta_+}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} e^{id\phi} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{array} \right. \quad (3.76)$$

os vínculos (3.75) implicarão no seguinte espinor, redefinido,

$$u^+ = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_+ e^{-i\phi/2} \cos(\theta/2) \\ \eta_+ e^{i\phi/2} \operatorname{sen}(\theta/2) \\ \eta_- e^{-i\phi/2} \cos(\theta/2) \\ \eta_- e^{i\phi/2} \operatorname{sen}(\theta/2) \end{pmatrix}. \quad (3.77)$$

Nosso próximo passo será encontrar a forma explícita para o espinor, u^- , de energia positiva e helicidade negativa. Desta maneira, comparamos as equações (3.50) e (3.62) o que gera as relações

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \left(\frac{\eta_-}{\eta_+}\right) C_3 \\ C_2 = \left(\frac{\eta_-}{\eta_+}\right) C_4. \end{array} \right. \quad (3.78)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \left(\frac{\eta_-}{\eta_+}\right) C_3 \\ C_2 = \left(\frac{\eta_-}{\eta_+}\right) C_4. \end{array} \right. \quad (3.79)$$

E substituindo os módulos quadráticos das equações (3.38) e (3.39) na equação (3.66), temos

$$(|C_1|^2 + |C_3|^2) \left[1 + \cotg^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] = 1. \quad (3.80)$$

Usando a identidade

$$1 + \cotg^2 \vartheta = \frac{1}{\sen^2 \vartheta}, \quad (3.81)$$

ficamos com

$$|C_1|^2 + |C_3|^2 = \sen^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (3.82)$$

Se inserirmos o módulo quadrático da equação (3.78) na equação (3.82) obteremos a terceira componente de u^- , a saber,

$$C_3 = \frac{\eta_+}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \sen \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad (3.83)$$

procedimentos análogos aos anteriores nos fornecem as demais constantes, que quando reunidas adequadamente formam o espinor

$$u^- = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_- \sen(\theta/2) \\ -\eta_- e^{i\phi} \cos(\theta/2) \\ \eta_+ \sen(\theta/2) \\ -\eta_+ e^{i\phi} \cos(\theta/2) \end{pmatrix}. \quad (3.84)$$

O espinor redefinido, sob os seguintes vínculos

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4} = -\tg \left(\frac{\theta}{2} \right) e^{-i\phi}, \quad (3.85)$$

é

$$u^- = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_- e^{-i\phi/2} \sen(\theta/2) \\ -\eta_- e^{i\phi/2} \cos(\theta/2) \\ \eta_+ e^{-i\phi/2} \sen(\theta/2) \\ -\eta_+ e^{i\phi/2} \cos(\theta/2) \end{pmatrix}, \quad (3.86)$$

ou seja, o espinor de energia positiva e helicidade negativa.

3.6 A equação de Dirac para antipartículas e os espinores de energia negativa.

Um tratamento completamente equivalente ao da seção anterior gerará os espinores de energia negativa. Contudo, a equação de Dirac agora será

$$(\not{p} + m) v(\mathbf{p}),$$

cuja forma matricial é

$$0 = \left[\begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} E - \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{p} + m \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix}$$

ou, após as multiplicações,

$$0 = \begin{pmatrix} m & 0 & -(E + p_z) & -p_- \\ 0 & m & -p_+ & -E + p_z \\ -E + p_z & p_- & m & 0 \\ p_+ & -(E + p_z) & 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix}.$$

A qual pode assumir a forma do seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} mC_1 - (E + p_z) C_3 - p_- C_4 = 0 & (3.87) \end{cases}$$

$$\begin{cases} mC_2 - p_+ C_3 + (-E + p_z) C_4 = 0 & (3.88) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-E + p_z) C_1 + p_- C_2 + mC_3 = 0 & (3.89) \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_+ C_1 - (E + p_z) C_2 + mC_4 = 0. & (3.90) \end{cases}$$

Subtraindo (3.89) de (3.87) teremos

$$0 = (-\eta + \cos \theta) C_1 + e^{-i\phi} \sin \theta (C_2 + C_4) + (\eta + \cos \theta) C_3, \quad (3.91)$$

e ao subtrair (3.90) de (3.88) ficamos com

$$0 = e^{i\phi} \sin \theta (C_1 + C_3) - (\eta + \cos \theta) C_2 + (\eta - \cos \theta) C_4. \quad (3.92)$$

Comparando as equações (3.91) e (3.32) teremos as relações

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\eta_+}{\eta_-} C_3, \\ C_2 = \frac{\eta_+}{\eta_-} C_4. \end{cases} \quad (3.93)$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\eta_+}{\eta_-} C_3, \\ C_2 = \frac{\eta_+}{\eta_-} C_4. \end{cases} \quad (3.94)$$

Assim, efetuando as operações necessárias podemos escrever o espinor de energia negativa e helicidade positiva como

$$v^+ = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} -\eta_+ e^{-i\phi/2} \cos(\theta/2) \\ -\eta_+ e^{i\phi/2} \sen(\theta/2) \\ \eta_- e^{-i\phi/2} \cos(\theta/2) \\ \eta_- e^{i\phi/2} \sen(\theta/2) \end{pmatrix}. \quad (3.95)$$

Novamente, através da comparação de (3.91) com (3.50) encontramos as relações

$$\begin{cases} C_1 = -\frac{\eta_-}{\eta_+} C_3, \\ C_2 = -\frac{\eta_+}{\eta_-} C_4. \end{cases} \quad (3.96)$$

$$\begin{cases} C_1 = -\frac{\eta_-}{\eta_+} C_3, \\ C_2 = -\frac{\eta_+}{\eta_-} C_4. \end{cases} \quad (3.97)$$

E, após alguma álgebra, teremos o espinor de energia e helicidade negativas

$$v^- = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} -\eta_- e^{-i\phi/2} \sen(\theta/2) \\ \eta_- e^{i\phi/2} \cos(\theta/2) \\ \eta_+ e^{-i\phi/2} \sen(\theta/2) \\ -\eta_+ e^{i\phi/2} \cos(\theta/2) \end{pmatrix}, \quad (3.98)$$

com este espinor de energia e helicidade negativas, eq. (3.98), e os outros três, eqs. (3.77), (3.86) e (3.95), formamos um conjunto de espinores que são simultaneamente autoestados dos operadores helicidade e hamiltoniana de Dirac, com eles podemos descrever o movimento relativístico de férmions livres, de spin 1/2, sem qualquer ambiguidade.

Capítulo 4

O Método das amplitudes de helicidade aplicado ao espalhamento Møller

O método padrão para o cálculo de seções de choque, quantidades adequadas para o estudo de espalhamentos de partículas, é o *método do traço*. Ele é ilustrado no capítulo 2 para o espalhamento Bhabha. Sua estrutura algorítmica é a seguinte: desenhamos os diagramas de Feynman relevantes para o processo em estudo, então extraímos para cada um deles uma amplitude de transição, \mathcal{M} . Para isto devemos utilizar as regras de Feynman. Após esta etapa, as amplitudes individuais são combinadas em uma amplitude total, cujo módulo quadrático é associado à seção de choque desejada. Contudo, esta amplitude total só pode ser encontrada após o uso de uma série de propriedades do traço. Este método tem a vantagem de ser conciso quando é aplicado a processos com poucas partículas ou para os quais apenas os diagramas de Feynman de ordem mais baixa são importantes. No entanto, a cada diagrama adicionado, maiores manipulações algébricas serão exigidas. Tornando o uso do método complicado para alguns casos. Neste capítulo apresentaremos um caminho alternativo para encontrar as seções de choque, $d\sigma/d\Omega$, o *método das amplitudes de helicidade*. Sua vantagem reside na simplicidade das manipulações algébricas efetuadas, o que o torna útil quando os processos estudados contêm muitas partículas no estado final ou quando necessitam de diagramas de ordens superiores. Além disso, não tomamos uma média sobre todas as possíveis combinações para os spins iniciais, por isto não perdemos informação sobre o

estado inicial do sistema. A estrutura algorítmica é análoga a do método anterior, até o ponto em que encontramos as amplitudes individuais associadas a cada diagrama de Feynman. Uma vez obtida cada amplitude, o objetivo é impor que os espinores que nelas surjam sejam autoestados do operador helicidade. Desta maneira, explicitamos todas as combinações de helicidades permitidas para cada diagrama. Logo após, calculamos as seções de choque diferenciais, $d\sigma_{\lambda\Lambda}$, associadas ao módulo quadrático da amplitude de cada diagrama. A simples soma de todas as $d\sigma_{\lambda\Lambda}$ nos leva à seção de choque diferencial total, $d\sigma$, do processo. Finalmente, as $d\sigma_{\lambda\Lambda}$ também nos fornecem subsídio para o cálculo da *assimetria direita-esquerda*, A_{+-} , útil para a determinação do *ângulo de Weinberg*, $\sin^2\theta_W$, do setor eletrofraco.

4.1 Alguns alertas sobre a notação

Empregaremos a seguinte notação para uma amplitude de transição

$$\mathcal{M}_{\lambda,\Lambda;\lambda',\Lambda'}^{\text{Partícula}}(\text{Canal}), \quad (4.1)$$

em que o termo *Partícula* designa a partícula de troca, os símbolos: λ , Λ , e λ' , Λ' representam as helicidades das partículas iniciais e finais, respectivamente. O termo *Canal* indica o canal de espalhamento, ou seja, o diagrama de Feynman, associado à amplitude.

Notamos, ainda, que por simplicidade manteremos as helicidades das partículas iniciais fixas e variaremos as helicidades das partículas finais. Portanto, possuiremos quatro casos para cada par de helicidades iniciais fixas.

São eles:

Caso a) as partículas incidentes estarão ambas polarizadas positivamente;

Caso b) a partícula de momentum p_A estará polarizada negativamente, já a partícula de momentum p_B apresentará polarização positiva;

Caso c) a partícula de momentum p_A estará polarizada positivamente, enquanto a partícula de momentum p_B apresentará polarização negativa;

Caso d) ambas as partículas incidentes apresentarão polarização negativa.

O espalhamento $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$, também conhecido como espalhamento Møller, em homenagem ao seu descobridor [Mol32], já foi considerado no contexto do método das amplitudes de helicidade, [Rod97]. Embora, com algumas diferenças em relação à nossa exposição. Por exemplo, em [Rod97] o conjunto de espinores autoestados da helicidade é diferente do nosso: (3.77), (3.86), (3.95), (3.98). Além disso, existem algumas escolhas distintas das nossas para os sinais das amplitudes individuais. Dito isto, nos propomos a validar as nossas escolhas mostrando que o método funcionará independentemente delas. Sendo nossa aplicação última o processo $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+$, desenvolvido no próximo capítulo.

4.2 A determinação dos espinores

Explicitando os momenta e as helicidades

$$e^-(p_A, \lambda) + e^-(p_B, \Lambda) \rightarrow e^-(p'_A, \lambda') + e^-(p'_B, \Lambda'), \quad (4.2)$$

este processo pode ser representado esquematicamente, no referencial de centro de massa, como mostrado na figura

o ângulo de espalhamento θ' é medido a partir do eixo das abscissas (semireta horizontal) positivas e “varrido” no sentido anti-horário. O sistema cartesiano auxiliar está centrado na região de colisão, representada na figura 4.1 por uma esfera, e as abscissas crescem da esquerda para direita. Desta maneira, com base na figura 4.1 somos capazes de escrever os espinores apropriados para o espalhamento em questão. Se

$$\bullet \theta' = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} u^+(p_B) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_+ e^{-i\phi/2} \\ 0 \\ \eta_- e^{-i\phi/2} \\ 0 \end{pmatrix} \\ u^-(p_B) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} 0 \\ -\eta_- e^{i\phi/2} \\ 0 \\ -\eta_+ e^{i\phi/2} \end{pmatrix}; \end{array} \right.$$

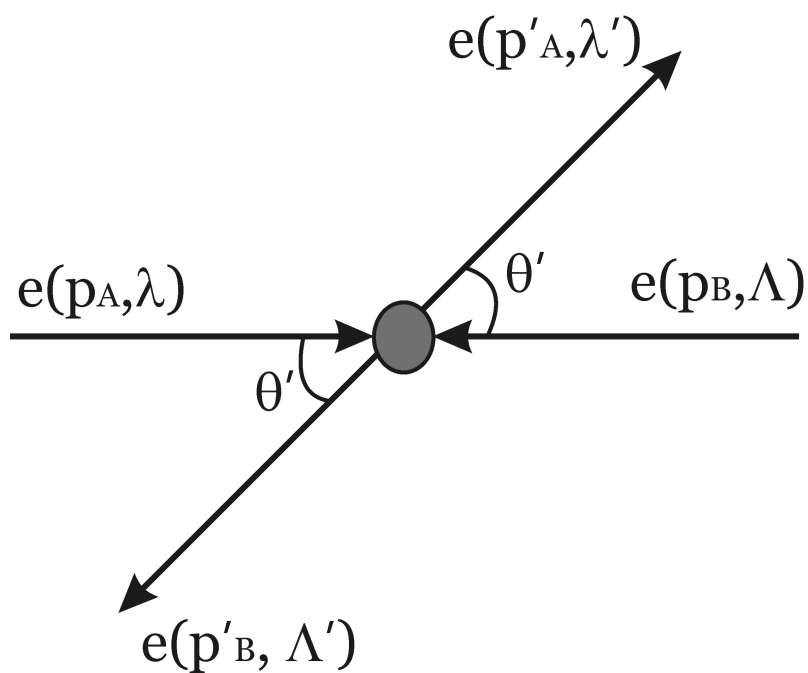


Figura 4.1: Esquema genérico do espalhamento de duas partículas.

- $\theta' = \pi$

$$\left\{ \begin{array}{l} u^+(p_A) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_+ e^{i\phi/2} \\ 0 \\ \eta_- e^{i\phi/2} \end{pmatrix} \\ u^-(p_A) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_- e^{-i\phi/2} \\ 0 \\ \eta_+ e^{-i\phi/2} \\ 0 \end{pmatrix}; \end{array} \right.$$

- $\theta' = \theta + \pi$

$$\left\{ \begin{array}{l} u^+(p'_B) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} -\eta_+ e^{-i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ \eta_+ e^{i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ -\eta_- e^{-i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ \eta_- e^{i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \end{pmatrix} \\ u^-(p'_B) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_- e^{-i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ \eta_- e^{i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ \eta_+ e^{-i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ \eta_+ e^{i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \end{pmatrix} \end{array} \right. ;$$

- $\theta' = \theta$

$$\left\{ \begin{array}{l} u^+(p'_A) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_+ e^{-i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ \eta_+ e^{i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ \eta_- e^{-i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ \eta_- e^{i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \end{pmatrix} \\ u^-(p'_A) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_- e^{-i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ -\eta_- e^{i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ \eta_+ e^{-i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ -\eta_+ e^{i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \end{pmatrix} \end{array} \right. .$$

Os espinores conjugados: \bar{u}^+ e \bar{u}^- são definidos através da seguinte relação $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$. Para maiores detalhes veja [Bil94]. De posse destes espinores combiná-los-emos de modo a obter as amplitudes de transição, $\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^{\text{Partícula}}$, as quais de agora em diante chamaremos de *amplitudes de helicidade*, uma vez que os espinores que as compõem são autoestados do operador helicidade.

4.3 As amplitudes de helicidade

No espalhamento Møller temos duas contribuições em cada canal, uma com a troca de um fóton e outra com a troca de um bóson Z^0 , que apresentaremos a seguir.

4.3.1 Fóton no canal t

O diagrama de Feynman do espalhamento Møller, a *nível de árvore*, com a troca de um fóton no canal t é mostrado na figura A.1. O qual nos levará à amplitude

$$\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^\gamma(t) = \frac{-e^2}{t} \bar{u}^{\lambda'}(p'_A) \gamma_\mu u^\lambda(p_A) g^{\mu\nu} \bar{u}^{\Lambda'}(p'_B) \gamma_\nu u^\Lambda(p_B), \quad (4.3)$$

com t dado pela eq. (B.7). Para encontrarmos as amplitudes de helicidade *parciais* a partir da eq. (4.3) devemos realizar os seguintes passos:

- 1º) Substituímos os espinores da seção 4.2, e seus espinores conjugados, na amplitude de transição em estudo, como por exemplo naquela dada pela eq. (4.3).
- 2º) Dada a expressão resultante do 1º) passo, fixamos os sinais das helicidades dos espinores que representam as partículas iniciais e variamos os sinais das helicidades dos espinores que representam as partículas finais.

Considerando o procedimento acima obtemos:

Caso a:

$$\mathcal{M}_{++++}^\gamma(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right); \quad (4.4)$$

$$\mathcal{M}_{++;-+}^\gamma(t) = \frac{-e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.5)$$

$$\mathcal{M}_{++;+-}^\gamma(t) = \frac{-e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.6)$$

$$\mathcal{M}_{++;--}^\gamma(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (4.7)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+;++}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.8)$$

$$\mathcal{M}_{-+;+-}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.9)$$

$$\mathcal{M}_{-+;--}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.10)$$

$$\mathcal{M}_{+-;++}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta. \quad (4.11)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-;+-}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.12)$$

$$\mathcal{M}_{+-;--}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.13)$$

$$\mathcal{M}_{+-;+-}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.14)$$

$$\mathcal{M}_{+-;--}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta. \quad (4.15)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{--;++}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.16)$$

$$\mathcal{M}_{--;+-}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.17)$$

$$\mathcal{M}_{--;+ -}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.18)$$

$$\mathcal{M}_{--;--}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right). \quad (4.19)$$

As amplitudes acima coincidem com aquelas apresentadas nas referências: [DM79] e [Rod97], quando $E' \rightarrow 0$. Além disso, $t = -2\mathbf{p}^2(1 - \cos \theta)$.

4.3.2 Fóton no canal u

O diagrama, a nível de árvore, com a troca de um fóton no canal u é dado pela figura (A.2), da qual extraímos a amplitude

$$\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^{\gamma}(u) = \frac{e^2}{u} \bar{u}^{\Lambda'}(p'_B) \gamma_{\mu} u^{\lambda}(p_A) g^{\mu\nu} \bar{u}^{\lambda'}(p'_A) \gamma_{\nu} u^{\Lambda}(p_B), \quad (4.20)$$

com u dado pela eq. (B.8). Consideremos todas as combinações de helicidade possíveis.

Caso a:

$$\mathcal{M}_{++++}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 - E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right); \quad (4.21)$$

$$\mathcal{M}_{++;-+}^{\gamma}(u) = \frac{e^2}{u} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.22)$$

$$\mathcal{M}_{++;+-}^{\gamma}(u) = \frac{e^2}{u} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.23)$$

$$\mathcal{M}_{++;--}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (4.24)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+;++}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.25)$$

$$\mathcal{M}_{-+;-+}^{\gamma}(u) = \frac{e^2}{u} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.26)$$

$$\mathcal{M}_{-+;+-}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.27)$$

$$\mathcal{M}_{-+;--}^{\gamma}(u) = \frac{e^2}{u} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta. \quad (4.28)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-;++}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.29)$$

$$\mathcal{M}_{+-;-+}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.30)$$

$$\mathcal{M}_{+-;+-}^{\gamma}(u) = \frac{e^2}{u} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.31)$$

$$\mathcal{M}_{+-;--}^{\gamma}(u) = \frac{e^2}{u} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta. \quad (4.32)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{-; ++}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.33)$$

$$\mathcal{M}_{-; -+}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.34)$$

$$\mathcal{M}_{-; +-}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (4.35)$$

$$\mathcal{M}_{-; --}^{\gamma}(u) = \frac{-e^2}{u} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 - E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right). \quad (4.36)$$

As amplitudes desta subseção estão de acordo com aquelas expostas nas referências: [DM79] e [Rod97], quando $E' \rightarrow 0$. Sendo que, $u = -2\mathbf{p}^2 (1 + \cos \theta)$.

4.3.3 Z^0 no canal t

O diagrama, a nível de árvore, com a troca de um bóson Z^0 no canal t é dado pela figura A.3. A amplitude associada é

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\lambda\Lambda; \lambda'\Lambda'}^{Z^0}(t) &= \frac{-g_{Z^0}^2}{4(t - m_{Z^0}^2)} \bar{u}^{\lambda'}(p'_A) \gamma_{\mu} (C_V - C_A \gamma^5) u^{\lambda}(p_A) g^{\mu\nu} \times \\ &\times \bar{u}^{\Lambda'}(p'_B) \gamma_{\nu} (C_V - C_A \gamma^5) u^{\Lambda}(p_B), \end{aligned} \quad (4.37)$$

com t dado pela eq. (B.7), consideremos todas as combinações de helicidade possíveis.

Caso a:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{++++}^{Z^0}(t) = & \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \left\{ 8C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} + C_V^2 \left(\frac{-4E^2 + 3E'^2 - E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) \right. \\ & \left. + C_A^2 \left(\frac{-4E^2 + E'^2 + E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) \right\}; \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\mathcal{M}_{++;-+}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (4.39)$$

$$\mathcal{M}_{++;+-}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (4.40)$$

$$\mathcal{M}_{++;--}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \{ C_A^2 (3 + \cos \theta) + C_V^2 (1 - \cos \theta) \}. \quad (4.41)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+;++}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (4.42)$$

$$\mathcal{M}_{-+;-+}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.43)$$

$$\mathcal{M}_{-+;+-}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.44)$$

$$\mathcal{M}_{-+;--}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta. \quad (4.45)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-; ++}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (4.46)$$

$$\mathcal{M}_{+-; -+}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2}\right); \quad (4.47)$$

$$\mathcal{M}_{+-; +-}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2}\right) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right); \quad (4.48)$$

$$\mathcal{M}_{+-; --}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta. \quad (4.49)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{--; ++}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \{C_A^2 (3 + \cos \theta) + C_V^2 (1 - \cos \theta)\}; \quad (4.50)$$

$$\mathcal{M}_{--; -+}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (4.51)$$

$$\mathcal{M}_{--; +-}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{--; --}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} & \left\{ 8C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} + C_V^2 \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) \right. \\ & \left. + C_A^2 \left(\frac{4E^2 - E'^2 - E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Todas as amplitudes acima coincidem com aquelas apresentadas nas referências: [DM79] e [Rod97], quando $E' \rightarrow 0$ e $t \ll m_{Z^0}^2$.

4.3.4 Z^0 no canal u

O diagrama, a nível de árvore, com a troca de um bóson Z^0 no canal u , é mostrado na figura A.4, do qual extraímos a amplitude

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^\gamma(u) &= \frac{g_{Z^0}^2}{4(u - m_{Z^0}^2)} \bar{u}^{\Lambda'}(p'_B) \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma^5) u^\lambda(p_A) g^{\mu\nu} \times \\ &\times \bar{u}^{\lambda'}(p'_A) \gamma_\nu (C_V - C_A \gamma^5) u^\Lambda(p_B), \end{aligned} \quad (4.54)$$

com u fornecido pela eq. (B.8). Consideremos todas as combinações de helicidade possíveis.

Caso a:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{++++}^{Z^0}(u) &= \frac{g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} \left\{ 8C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} - C_V^2 \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 - E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) \right. \\ &\left. - C_A^2 \left(\frac{4E^2 - E'^2 + E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) \right\}; \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\mathcal{M}_{++;-+}^{Z^0}(u) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \sin \theta; \quad (4.56)$$

$$\mathcal{M}_{++;+-}^{Z^0}(u) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \sin \theta; \quad (4.57)$$

$$\mathcal{M}_{++;--}^{Z^0}(u) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \{ C_A^2 (\cos \theta - 3) - C_V^2 (1 + \cos \theta) \}. \quad (4.58)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+; ++}^{Z^0}(u) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (4.59)$$

$$\mathcal{M}_{-+; -+}^{Z^0}(u) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.60)$$

$$\mathcal{M}_{-+; +-}^{Z^0}(u) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.61)$$

$$\mathcal{M}_{-+; --}^{Z^0}(u) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta. \quad (4.62)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-; ++}^{Z^0}(u) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (4.63)$$

$$\mathcal{M}_{+-; -+}^{Z^0}(u) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.64)$$

$$\mathcal{M}_{+-; +-}^{Z^0}(u) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (4.65)$$

$$\mathcal{M}_{+-; --}^{Z^0}(u) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \text{sen } \theta. \quad (4.66)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{--;++}^{Z^0}(u) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \{C_A^2(\cos\theta - 3) - C_V^2(1 + \cos\theta)\}; \quad (4.67)$$

$$\mathcal{M}_{--;+-}^{Z^0}(u) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \sin\theta; \quad (4.68)$$

$$\mathcal{M}_{--;+-}^{Z^0}(u) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} (C_A^2 - C_V^2) \frac{E'}{E} \sin\theta; \quad (4.69)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{--;--}^{Z^0}(u) = & \frac{-g_{Z^0}^2}{8(u - m_{Z^0}^2)} \left\{ 8C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} + C_V^2 \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 - E'^2 \cos\theta}{E^2} \right) \right. \\ & \left. + C_A^2 \left(\frac{4E^2 - E'^2 + E'^2 \cos\theta}{E^2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (4.70)$$

As amplitudes expostas nesta subseção estão de acordo com aquelas expostas nas referências: [DM79] e [Rod97], quando $E' \rightarrow 0$ e $u \ll m_{Z^0}^2$.

4.4 As amplitudes totais $\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}$ e a assimetria A_{+-}

Nosso primeiro objetivo é o cálculo dos elementos de matriz, $\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}$, definidos logo a seguir, em que somamos sobre todos os processos que contribuem.

Caso a:

$$\mathcal{M}_{++;++} \equiv \mathcal{M}_{++;++}^\gamma(t) + \mathcal{M}_{++;++}^\gamma(u) + \mathcal{M}_{++;++}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{++;++}^{Z^0}(u); \quad (4.71)$$

$$\mathcal{M}_{++;+-} \equiv \mathcal{M}_{++;+-}^\gamma(t) + \mathcal{M}_{++;+-}^\gamma(u) + \mathcal{M}_{++;+-}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{++;+-}^{Z^0}(u); \quad (4.72)$$

$$\mathcal{M}_{++;+-} \equiv \mathcal{M}_{++;+-}^\gamma(t) + \mathcal{M}_{++;+-}^\gamma(u) + \mathcal{M}_{++;+-}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{++;+-}^{Z^0}(u); \quad (4.73)$$

$$\mathcal{M}_{++;--} \equiv \mathcal{M}_{++;--}^\gamma(t) + \mathcal{M}_{++;--}^\gamma(u) + \mathcal{M}_{++;--}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{++;--}^{Z^0}(u); \quad (4.74)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+; ++} \equiv \mathcal{M}_{-+; ++}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{-+; ++}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{-+; ++}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{-+; ++}^{Z^0}(u); \quad (4.75)$$

$$\mathcal{M}_{-+; +-} \equiv \mathcal{M}_{-+; +-}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{-+; +-}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{-+; +-}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{-+; +-}^{Z^0}(u); \quad (4.76)$$

$$\mathcal{M}_{-+; -+} \equiv \mathcal{M}_{-+; -+}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{-+; -+}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{-+; -+}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{-+; -+}^{Z^0}(u); \quad (4.77)$$

$$\mathcal{M}_{-+; --} \equiv \mathcal{M}_{-+; --}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{-+; --}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{-+; --}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{-+; --}^{Z^0}(u); \quad (4.78)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-; ++} \equiv \mathcal{M}_{+-; ++}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{+-; ++}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{+-; ++}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{+-; ++}^{Z^0}(u); \quad (4.79)$$

$$\mathcal{M}_{+-; +-} \equiv \mathcal{M}_{+-; +-}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{+-; +-}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{+-; +-}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{+-; +-}^{Z^0}(u); \quad (4.80)$$

$$\mathcal{M}_{+-; -+} \equiv \mathcal{M}_{+-; -+}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{+-; -+}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{+-; -+}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{+-; -+}^{Z^0}(u); \quad (4.81)$$

$$\mathcal{M}_{+-; --} \equiv \mathcal{M}_{+-; --}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{+-; --}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{+-; --}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{+-; --}^{Z^0}(u); \quad (4.82)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{--; ++} \equiv \mathcal{M}_{--; ++}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{--; ++}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{--; ++}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{--; ++}^{Z^0}(u); \quad (4.83)$$

$$\mathcal{M}_{--; +-} \equiv \mathcal{M}_{--; +-}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{--; +-}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{--; +-}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{--; +-}^{Z^0}(u); \quad (4.84)$$

$$\mathcal{M}_{--; -+} \equiv \mathcal{M}_{--; -+}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{--; -+}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{--; -+}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{--; -+}^{Z^0}(u); \quad (4.85)$$

$$\mathcal{M}_{--; --} \equiv \mathcal{M}_{--; --}^{\gamma}(t) + \mathcal{M}_{--; --}^{\gamma}(u) + \mathcal{M}_{--; --}^{Z^0}(t) + \mathcal{M}_{--; --}^{Z^0}(u); \quad (4.86)$$

Então, realizamos o cálculo de cada elemento, separadamente, por caso. Para simplificar os cálculos já assumimos que $E' \rightarrow 0$, pois a energia de centro de massa, \sqrt{s} , em colisores lineares onde ocorrem os processos aqui estudados é muito maior do que a massa do elétron e/ou do pósitron.

Caso a:

- Substituindo as equações (4.4), (4.21), (4.38) e (4.55) em (4.71) obtemos

$$\mathcal{M}_{+++;++} = -2e^2 \left(\frac{t+u}{tu} \right) + \frac{g_{Z^0}^2 (2m_{Z^0}^2 - t - u)}{2(t - m_{Z^0}^2)(u - m_{Z^0}^2)} (C_V - C_A)^2. \quad (4.87)$$

- Substituindo as equações (4.5), (4.22), (4.39) e (4.56) em (4.72) obtemos

$$\mathcal{M}_{++;--+} = 0. \quad (4.88)$$

- Substituindo as equações (4.6), (4.23), (4.40) e (4.57) em (4.73) obtemos

$$\mathcal{M}_{++;+-} = 0. \quad (4.89)$$

- Substituindo as equações (4.7), (4.24), (4.41) e (4.58) em (4.74) obtemos

$$\mathcal{M}_{++;--} = 0. \quad (4.90)$$

Caso b:

- De posse das equações (4.8), (4.25), (4.42) e (4.59), quando substituídas em (4.75), encontramos

$$\mathcal{M}_{-+;++} = 0. \quad (4.91)$$

- De posse das equações (4.9), (4.26), (4.43) e (4.60), quando substituídas em (4.76), encontramos

$$\mathcal{M}_{-+;-+} = \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[\frac{2e^2}{t} + \frac{g_{Z^0}^2}{2(t - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 - C_A^2) \right]. \quad (4.92)$$

- De posse das equações (4.10), (4.27), (4.44) e (4.61), quando substituídas em (4.77), encontramos

$$\mathcal{M}_{-+;+-} = \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[\frac{2e^2}{u} + \frac{g_{Z^0}^2}{2(u - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 - C_A^2) \right]. \quad (4.93)$$

- De posse das equações (4.11), (4.28), (4.45) e (4.62), quando substituídas em (4.78), encontramos

$$\mathcal{M}_{-+;--} = 0. \quad (4.94)$$

Caso c:

- Substituindo as equações (4.12), (4.29), (4.46) e (4.63) em (4.79) obtemos

$$\mathcal{M}_{+-;++} = 0. \quad (4.95)$$

- Substituindo as equações (4.13), (4.30), (4.47) e (4.64) em (4.80) obtemos

$$\mathcal{M}_{+-;+-} = \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[\frac{2e^2}{u} + \frac{g_{Z^0}^2}{2(u - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 - C_A^2) \right]. \quad (4.96)$$

- Substituindo as equações (4.14), (4.31), (4.48) e (4.65) em (4.81) obtemos

$$\mathcal{M}_{+-;+-} = \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[\frac{2e^2}{t} + \frac{g_{Z^0}^2}{2(t - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 - C_A^2) \right]. \quad (4.97)$$

- Substituindo as equações (4.15), (4.32), (4.49) e (4.66) em (4.82) obtemos

$$\mathcal{M}_{+-;--} = 0. \quad (4.98)$$

Caso d:

- De posse das equações (4.16), (4.33), (4.50) e (4.67), quando substituídas em (4.83), encontramos

$$\mathcal{M}_{--;++} = 0. \quad (4.99)$$

- De posse das equações (4.17), (4.34), (4.51) e (4.68), quando substituídas em (4.84), encontramos

$$\mathcal{M}_{--;+-} = 0. \quad (4.100)$$

- De posse das equações (4.18), (4.35), (4.52) e (4.69), quando substituídas em (4.85), encontramos

$$\mathcal{M}_{--;+-} = 0. \quad (4.101)$$

- De posse das equações (4.19), (4.36), (4.53) e (4.70), quando substituídas em (4.86), encontramos

$$\mathcal{M}_{--;--} = 2e^2 \left(\frac{t+u}{tu} \right) - \frac{g_{Z^0}^2 (2m_{Z^0}^2 - t - u)}{2(t - m_{Z^0}^2)(u - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 + C_A^2). \quad (4.102)$$

Uma vez determinados todos os elementos de matriz somos capazes de associá-los às seções de choque diferenciais, as quais são proporcionais às somas dos módulos quadráticos destes elementos. Ou seja,

$$d\sigma_{++} \propto |\mathcal{M}_{++;++}|^2 + |\mathcal{M}_{++;-+}|^2 + |\mathcal{M}_{++;+-}|^2 + |\mathcal{M}_{++;--}|^2; \quad (4.103)$$

$$d\sigma_{-+} \propto |\mathcal{M}_{-+;++}|^2 + |\mathcal{M}_{-+;-+}|^2 + |\mathcal{M}_{-+;+-}|^2 + |\mathcal{M}_{-+;--}|^2; \quad (4.104)$$

$$d\sigma_{+-} \propto |\mathcal{M}_{+-;++}|^2 + |\mathcal{M}_{+-;-+}|^2 + |\mathcal{M}_{+-;+-}|^2 + |\mathcal{M}_{+-;--}|^2; \quad (4.105)$$

$$d\sigma_{--} \propto |\mathcal{M}_{--;++}|^2 + |\mathcal{M}_{--;-+}|^2 + |\mathcal{M}_{--;+-}|^2 + |\mathcal{M}_{--;--}|^2. \quad (4.106)$$

Vale ressaltar que estamos considerando apenas as helicidades iniciais dos férmions incidentes. Desta forma, somamos sobre as helicidades finais destes férmions e também sobre as helicidades dos férmions que compõem o alvo.

Por fim, calcularemos a assimetria direita-esquerda

$$A_{+-} \equiv \frac{d\sigma_+ - d\sigma_-}{d\sigma_+ + d\sigma_-} = \frac{(d\sigma_{++} + d\sigma_{+-}) - (d\sigma_{-+} + d\sigma_{--})}{(d\sigma_{++} + d\sigma_{+-}) + (d\sigma_{-+} + d\sigma_{--})}, \quad (4.107)$$

aqui $d\sigma_{+/-}$ é a seção de choque diferencial para férmions de helicidade positiva/negativa espalhados por alvos não polarizados. Seja N o numerador e D o denominador de A_{+-} ,

temos

$$N = \frac{C_A C_V g_{Z^0}^2 (2m_{Z^0}^2 - t - u)}{(t - m_{Z^0}^2)^2 (u - m_{Z^0}^2)^2 tu} \left\{ 8e^2 (t - m_{Z^0}^2) (u - m_{Z^0}^2) (t + u) + \right. \\ \left. + 2 (C_V^2 + C_A^2) g_{Z^0}^2 tu (-2m_{Z^0}^2 + t + u) \right\}; \quad (4.108)$$

e

$$D = \frac{1}{4} \left\{ \frac{[4e^2 (t - m_{Z^0}^2) (u - m_{Z^0}^2) (t + u) + (C_A - C_V)^2 g_{Z^0}^2 tu (-2m_{Z^0}^2 + t + u)]^2}{(t - m_{Z^0}^2)^2 (u - m_{Z^0}^2)^2 tu} + \right. \\ \left. + \frac{[4e^2 (t - m_{Z^0}^2) (u - m_{Z^0}^2) (t + u) + (C_A + C_V)^2 g_{Z^0}^2 tu (-2m_{Z^0}^2 + t + u)]^2}{(t - m_{Z^0}^2)^2 (t - m_{Z^0}^2)^2 tu} + \right. \\ \left. + 2 \left[\frac{(C_A^2 - C_V^2) g_{Z^0}^2}{m_{Z^0}^2 - u} + \frac{4e^2}{u} \right]^2 \cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \right. \\ \left. + 2 \left[\frac{(C_A^2 - C_V^2) g_{Z^0}^2}{m_{Z^0}^2 - t} + \frac{4e^2}{t} \right]^2 \sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right\}. \quad (4.109)$$

Desprezamos os termos de ordem $g_{Z^0}^4$, pois $g_{Z^0} < 1$. Além de desprezarmos os termos $g_{Z^0}^2/m_{Z^0}^2$ no denominador, visto que eles serão irrelevantes quando comparados aos termos de ordem e^2 , chegamos a uma equação mais simples, sobre a qual aplicamos as definições de s , t , u e $y = \sin^2(\theta/2)$. Como produto final temos

$$A_{+-} = \frac{2g_{Z^0}^2 C_V C_A}{\pi \alpha m_{Z^0}^2} \frac{y(1-y)s}{1+y^4+(1-y)^4}, \quad (4.110)$$

que é a assimetria direita-esquerda para o espalhamento Møller ([DM79],[Rod97]). Em que,

$$C_V C_A = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \left(\frac{m_{Z^0}}{g_{Z^0}} \right)^2 (1 - 4 \sin^2 \theta_W),$$

sendo G_F a constante de Fermi e $\sin^2 \theta_W$ o ângulo de Weinberg.

Observamos que conforme a eq. (4.110), a assimetria A_{+-} é proporcional ao quadrado da energia de colisão, no referencial do centro de massa, s . Desta forma, quanto maior for a energia, mais pronunciada será a assimetria. Fato que podemos perceber nos valores da tabela 4.1, na próxima seção.

4.5 Resultados numéricos

A eq. (4.110) quando resolvida para $\text{sen}^2\theta_W$ nos fornece uma maneira de encontrar o ângulo de Weinberg, desde que saibamos o valor experimental da assimetria A_{+-} . A propósito de ilustração, colocamos abaixo uma tabela com os valores estabelecidos pelas colaborações E-122 e E-158 responsáveis por realizar experimentos com feixes de elétrons polarizados espalhados por elétrons de alvos não polarizados.

O experimento E-122 foi pioneiro na detecção de fenômenos que indicam violação de paridade nas interações eletrofracas. Desta forma, ele teve papel fundamental no estabelecimento do modelo MPE. Neste experimento, a assimetria direita-esquerda dependia do valor do momentum, Q^2 , transferido entre os elétrons do feixe e os constituintes do alvo de deutério. Conforme a equação

$$A_{+-} = 9,5 \times 10^{-5} Q^2 \text{GeV}^{-2}.$$

Conseqüentemente, o ângulo de Weinberg foi estimado em uma faixa de valores de 0,207 a 0,227, com a melhor estimativa dada por $0,224 \pm 0,020$ e uma probabilidade χ^2 de 40%. Veja [Pres79].

Por outro lado, o experimento E-158 para $Q^2 = 0,026 \text{GeV}^2$ nos forneceu os valores de $\text{sen}^2\theta_W$ e A_{+-} expostos na tabela 4.1. Tendo $\chi^2 = 78,5$ para cada amostra de 75 eventos. A estatística baseada sobre a distribuição χ^2 é explorada com mais detalhes no final do capítulo 5. Por fim, ao leitor interessado em uma descrição completa dos dados experimentais do experimento E-158 indicamos as referências: [SLAC-158], [You03] e [Beg04].

$\text{sen}^2\theta_W$	A_{+-}
$0,224 \pm 0,020$	$9,5 \times 10^{-5} Q^2 \text{GeV}^{-2}$ (E-122)
$0,2397 \pm 0,0010$	$131 \pm 14 \times 10^{-9}$ (E-158)

Tabela 4.1: Valores de $\text{sen}^2\theta_W$ obtidos através do espalhamento Møller.

Capítulo 5

O método das amplitudes de helicidade aplicado ao espalhamento Bhabha

Este processo consiste na colisão de um elétron com um pósitron, cujo produto final será um novo par elétron-pósitron

$$e^-(p_A, \lambda) + e^+(p_B, \Lambda) \rightarrow e^-(p'_A, \lambda') + e^+(p'_B, \Lambda') \quad (5.1)$$

Ele é conhecido na literatura como *espalhamento Bhabha*, em homenagem ao seu descobridor, [Bha35].

5.1 A determinação dos espinores

Os espinores relevantes para a descrição deste processo serão

- $\theta' = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} u^+(p_B) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_+ e^{-i\phi/2} \\ 0 \\ \eta_- e^{-i\phi/2} \\ 0 \end{pmatrix} \\ u^-(p_B) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} 0 \\ -\eta_- e^{i\phi/2} \\ 0 \\ -\eta_+ e^{i\phi/2} \end{pmatrix}; \end{array} \right.$$

- $\theta' = \pi$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{v}^+(p_A) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} 0 & -\eta_- e^{-i\phi/2} & 0 & \eta_+ e^{-i\phi/2} \end{pmatrix} \\ \bar{v}^-(p_A) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} -\eta_+ e^{i\phi/2} & 0 & \eta_- e^{i\phi/2} & 0 \end{pmatrix}; \end{array} \right.$$

- $\theta' = \theta + \pi$

$$\left\{ \begin{array}{l} v^+(p'_B) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} \eta_+ e^{-i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ -\eta_+ e^{i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ -\eta_- e^{-i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ \eta_- e^{i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \end{pmatrix} \\ v^-(p'_B) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \begin{pmatrix} -\eta_- e^{-i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ -\eta_- e^{i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \\ \eta_+ e^{-i\phi/2} \text{cos}(\theta/2) \\ \eta_+ e^{i\phi/2} \text{sen}(\theta/2) \end{pmatrix}; \end{array} \right.$$

- $\theta' = \theta$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u}^+(p'_A) = \frac{-1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \times \\ \times \left(\eta_- e^{i\phi/2} \cos(\theta/2) \quad \eta_- e^{-i\phi/2} \sin(\theta/2) \quad \eta_+ e^{i\phi/2} \cos(\theta/2) \quad \eta_+ e^{-i\phi/2} \sin(\theta/2) \right) \\ \\ \bar{u}^-(p'_A) = \frac{1}{\sqrt{2(1+\eta^2)}} \times \\ \times \left(-\eta_+ e^{i\phi/2} \sin(\theta/2) \quad \eta_+ e^{-i\phi/2} \cos(\theta/2) \quad -\eta_- e^{i\phi/2} \sin(\theta/2) \quad \eta_- e^{-i\phi/2} \cos(\theta/2) \right) \end{array} \right.$$

Sendo \bar{v}^+ e \bar{v}^- os espinores conjugados de energia negativa, cuja definição é: $\bar{v} = v^\dagger \gamma^0$. Nas próximas seções combinaremos todos os espinores acima de modo a obter as amplitudes de helicidade referentes a cada canal.

5.2 As amplitudes de helicidade

Tal como no capítulo anterior, teremos duas contribuições em cada canal: uma a partir da troca de um fóton e outra provinda da troca de um bóson Z^0 .

5.2.1 Fóton no canal t

O diagrama, a nível de árvore, com a troca de um fóton no canal t é mostrado na figura A.5. Do qual podemos extrair a amplitude

$$\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^\gamma(t) = \frac{-e^2}{t} \bar{u}^{\lambda'}(p'_A) \gamma_\mu u^\lambda(p_A) g^{\mu\nu} \bar{v}^\Lambda(p_B) \gamma_\nu v^{\Lambda'}(p'_B), \quad (5.2)$$

com t definido na eq. (B.7), consideremos todas as combinações de helicidade possíveis.

Caso a:

$$\mathcal{M}_{++++}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (5.3)$$

$$\mathcal{M}_{++;-+}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \frac{E'}{2E} \operatorname{sen} \theta; \quad (5.4)$$

$$\mathcal{M}_{++;+-}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \frac{E'}{2E} \operatorname{sen} \theta; \quad (5.5)$$

$$\mathcal{M}_{++;--}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (5.6)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+;++}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \frac{E'}{2E} \operatorname{sen} \theta; \quad (5.7)$$

$$\mathcal{M}_{-+;-+}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right); \quad (5.8)$$

$$\mathcal{M}_{-+;+-}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (5.9)$$

$$\mathcal{M}_{-+;--}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \frac{E'}{2E} \operatorname{sen} \theta. \quad (5.10)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-;++}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (5.11)$$

$$\mathcal{M}_{+-;+-}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (5.12)$$

$$\mathcal{M}_{+-;+-}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{4E^2 - 3E'^2 + E'^2 \cos \theta}{2E^2} \right); \quad (5.13)$$

$$\mathcal{M}_{+-;--}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta. \quad (5.14)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{-+;++}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (5.15)$$

$$\mathcal{M}_{-+;-+}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (5.16)$$

$$\mathcal{M}_{-+;-+}^{\gamma}(t) = \frac{e^2}{t} \frac{E'}{2E} \text{sen } \theta; \quad (5.17)$$

$$\mathcal{M}_{-+;--}^{\gamma}(t) = \frac{-e^2}{t} \left(\frac{2E^2 - E'^2}{E^2} \right) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (5.18)$$

5.2.2 Fóton no canal s

O diagrama, a nível de árvore, com a troca de um fóton no canal s é exposto na figura A.6. A partir dele obtemos a seguinte amplitude

$$\mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^{\gamma}(s) = \frac{-e^2}{s} \bar{v}^{\Lambda}(p_B) \gamma^{\mu} u^{\lambda}(p_A) g_{\mu\nu} \bar{u}^{\lambda'}(p'_A) \gamma^{\nu} v^{\Lambda'}(p'_B), \quad (5.19)$$

com s dado pela eq. (B.6), consideremos todas as combinações de helicidade possíveis.

Caso a:

$$\mathcal{M}_{+++;+++}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} 2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (5.20)$$

$$\mathcal{M}_{+++;-+}^{\gamma}(s) = \frac{-e^2}{s} \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (5.21)$$

$$\mathcal{M}_{+++;+-}^{\gamma}(s) = \frac{-e^2}{s} \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (5.22)$$

$$\mathcal{M}_{+++;--}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} 2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (5.23)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+;+++}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (5.24)$$

$$\mathcal{M}_{-+;-+}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos \theta; \quad (5.25)$$

$$\mathcal{M}_{-+;+-}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos \theta; \quad (5.26)$$

$$\mathcal{M}_{-+;--}^{\gamma}(s) = \frac{-e^2}{s} \frac{E'}{E} \text{sen } \theta. \quad (5.27)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-;++}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (5.28)$$

$$\mathcal{M}_{+-;-+}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos \theta; \quad (5.29)$$

$$\mathcal{M}_{+-;+-}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \cos \theta; \quad (5.30)$$

$$\mathcal{M}_{+-;--}^{\gamma}(s) = \frac{-e^2}{s} \frac{E'}{E} \text{sen } \theta. \quad (5.31)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{--;++}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} 2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (5.32)$$

$$\mathcal{M}_{--;-+}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (5.33)$$

$$\mathcal{M}_{--;+-}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} \frac{E'}{E} \text{sen } \theta; \quad (5.34)$$

$$\mathcal{M}_{--;--}^{\gamma}(s) = \frac{e^2}{s} 2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (5.35)$$

Antes de calcularmos as contribuições originadas da troca de um bóson Z^0 nos canais t e s vamos utilizar as amplitudes acima para o cálculo da seção de choque do espalhamento Bhabha na Eletrodinâmica Quântica. A título de consistência, o mesmo cálculo já foi realizado no capítulo 2 através da técnica padrão: o método do traço.

5.3 A seção de choque na eletrodinâmica

Se considerarmos apenas a contribuição do fóton nos canais t e s , no limite $E' \rightarrow 0$, teremos as seguintes seções de choque diferenciais

$$d\sigma_{++} = \frac{e^4}{2s^2t^2} [4s(s-2t)\cos\theta + (s^2 - 2st + 2t^2)(3 + \cos(2\theta))]; \quad (5.36)$$

$$d\sigma_{-+} = \frac{4e^4}{t^2}; \quad (5.37)$$

$$d\sigma_{+-} = \frac{4e^4}{t^2}; \quad (5.38)$$

$$d\sigma_{--} = \frac{e^4}{2s^2t^2} [4s(s-2t)\cos\theta + (s^2 - 2st + 2t^2)(3 + \cos(2\theta))]. \quad (5.39)$$

Somando-as,

$$d\sigma \equiv d\sigma_{++} + d\sigma_{-+} + d\sigma_{+-} + d\sigma_{--}, \quad (5.40)$$

obtemos a seção de choque diferencial total, a qual, para o caso em questão, é

$$d\sigma = \frac{e^4}{s^2t^2} [4s(s-2t)\cos\theta + (s^2 - 2st + 2t^2)(3 + \cos(2\theta))] + \frac{8e^4}{t^2}. \quad (5.41)$$

Após diversas manipulações algébricas, incluindo o uso das definições de s , t e u , chegamos a seção de choque desejada

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2s} \left[\frac{u^2 + s^2}{t^2} + \frac{u^2 + t^2}{s^2} + \frac{2u^2}{ts} \right], \quad (5.42)$$

em que α é a *constante de estrutura fina*.

5.3.1 Z^0 no canal t

O diagrama, a nível de árvore, com a troca de um bóson Z^0 no canal t é mostrado na figura A.7, do qual obtemos a seguinte amplitude

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^{Z^0}(t) &= \frac{-g_{Z^0}^2}{4(t - m_{Z^0}^2)} \bar{u}^{\lambda'}(p'_A) \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) u^\lambda(p_A) g_{\mu\nu} \times \\ &\times \bar{v}^\Lambda(p_B) \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) v^{\Lambda'}(p'_B). \end{aligned} \quad (5.43)$$

com t definido pela eq. (B.7), consideremos todas as combinações de helicidade possíveis.

Caso a:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{++++}^{Z^0}(t) &= \frac{g_{Z^0}^2}{(t - m_{Z^0}^2)} \left[C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} + \right. \\ &\quad \left. + (C_A^2 + C_V^2) \left(\frac{E'^2 - 2E^2}{4E^2} \right) \right] \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\mathcal{M}_{+++-}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[(C_A^2 + C_V^2) - 2C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \sin \theta; \quad (5.45)$$

$$\mathcal{M}_{++--}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[(C_A^2 + C_V^2) - 2C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \sin \theta; \quad (5.46)$$

$$\mathcal{M}_{+---}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(t - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 (C_A^2 + C_V^2) \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (5.47)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+++}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[(C_A^2 + C_V^2) - 2C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \sin \theta; \quad (5.48)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{-+--}^{Z^0}(t) &= \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \left[C_V^2 \left(\frac{4E^2 - E'^2 + E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + C_A^2 \left(\frac{-4E^2 + E'^2 + E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) \right]; \end{aligned} \quad (5.49)$$

$$\mathcal{M}_{-+-}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 [C_A^2 (\cos \theta + 3) + C_V^2 (\cos \theta - 1)]; \quad (5.50)$$

$$\mathcal{M}_{-+--}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[(C_A^2 + C_V^2) + 2C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \sin \theta. \quad (5.51)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-; ++}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[(C_A^2 + C_V^2) - 2C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \text{sen } \theta; \quad (5.52)$$

$$\mathcal{M}_{+-; +-}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 [C_A^2 (\cos \theta + 3) + C_V^2 (\cos \theta - 1)]; \quad (5.53)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{+-; +-}^{Z^0}(t) &= \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \left[C_V^2 \left(\frac{4E^2 - E'^2 + E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + C_A^2 \left(\frac{-4E^2 + E'^2 + E'^2 \cos \theta}{E^2} \right) \right]; \end{aligned} \quad (5.54)$$

$$\mathcal{M}_{+-; --}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[(C_A^2 + C_V^2) + 2C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \text{sen } \theta. \quad (5.55)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{--; ++}^{Z^0}(t) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(t - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 (C_A^2 + C_V^2) \text{sen}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (5.56)$$

$$\mathcal{M}_{--; +-}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[(C_A^2 + C_V^2) + 2C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \text{sen } \theta; \quad (5.57)$$

$$\mathcal{M}_{--; +-}^{Z^0}(t) = \frac{g_{Z^0}^2}{8(t - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[(C_A^2 + C_V^2) + 2C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \text{sen } \theta; \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{--; --}^{Z^0}(t) &= \frac{-g_{Z^0}^2}{(t - m_{Z^0}^2)} \left[C_A C_V \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} + \right. \\ &\quad \left. + (C_A^2 + C_V^2) \left(\frac{2E^2 - E'^2}{4E^2} \right) \right] \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \end{aligned} \quad (5.59)$$

5.3.2 Z^0 no canal s

O diagrama, a nível de árvore, com a troca de um bóson Z^0 no canal s é exposto na figura A.8. A partir dele extraímos a seguinte amplitude

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\lambda\Lambda;\lambda'\Lambda'}^{Z^0}(s) &= \frac{-g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \bar{v}^\Lambda(p_B) \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) u^\lambda(p_A) g_{\mu\nu} \times \\ &\times \bar{u}^{\lambda'}(p'_A) \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) v^{\Lambda'}(p'_B) \end{aligned} \quad (5.60)$$

com s definido pela eq. (B.6), consideremos todas as combinações de helicidade possíveis.

Caso a:

$$\mathcal{M}_{++++}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{2(s - m_{Z^0}^2)} \left[C_V - C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right]^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right); \quad (5.61)$$

$$\mathcal{M}_{++;-+}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[C_V^2 - C_V C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \sin\theta; \quad (5.62)$$

$$\mathcal{M}_{++;+-}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[C_V^2 - C_V C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \sin\theta; \quad (5.63)$$

$$\mathcal{M}_{++;--}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{2(s - m_{Z^0}^2)} \left[C_V^2 - C_A^2 \left(\frac{E^2 - E'^2}{E^2} \right) \right] \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (5.64)$$

Caso b:

$$\mathcal{M}_{-+; ++}^{Z^0}(s) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[C_V^2 - C_V C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \text{sen } \theta; \quad (5.65)$$

$$\mathcal{M}_{-+; -+}^{Z^0}(s) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 (C_A^2 - C_V^2 \cos \theta); \quad (5.66)$$

$$\mathcal{M}_{-+; +-}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 (C_A^2 + C_V^2 \cos \theta); \quad (5.67)$$

$$\mathcal{M}_{-+; --}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[C_V^2 + C_V C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \text{sen } \theta. \quad (5.68)$$

Caso c:

$$\mathcal{M}_{+-; ++}^{Z^0}(s) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[C_V^2 - C_V C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \text{sen } \theta; \quad (5.69)$$

$$\mathcal{M}_{+-; -+}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 (C_A^2 + C_V^2 \cos \theta); \quad (5.70)$$

$$\mathcal{M}_{+-; +-}^{Z^0}(s) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 (C_A^2 - C_V^2 \cos \theta); \quad (5.71)$$

$$\mathcal{M}_{+-; --}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[C_V^2 + C_V C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \text{sen } \theta. \quad (5.72)$$

Caso d:

$$\mathcal{M}_{--; ++}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{2(s - m_{Z^0}^2)} \left[C_V^2 - C_A^2 \left(\frac{E^2 - E'^2}{E^2} \right) \right] \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right); \quad (5.73)$$

$$\mathcal{M}_{--; +-}^{Z^0}(s) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[C_V^2 + C_V C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \sin \theta; \quad (5.74)$$

$$\mathcal{M}_{--; -+}^{Z^0}(s) = \frac{-g_{Z^0}^2}{4(s - m_{Z^0}^2)} \frac{E'}{E} \left[C_V^2 + C_V C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right] \sin \theta; \quad (5.75)$$

$$\mathcal{M}_{--; --}^{Z^0}(s) = \frac{g_{Z^0}^2}{2(s - m_{Z^0}^2)} \left[C_V + C_A \sqrt{\frac{E^2 - E'^2}{E^2}} \right]^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (5.76)$$

5.4 As amplitudes totais $\mathcal{M}_{\lambda, \Lambda; \lambda' \Lambda'}$ e a assimetria A_{+-}

Os elementos de matriz, organizados por caso, no limite $E' \rightarrow 0$, são

Caso a:

- Substituindo as equações (5.3), (5.20), (5.44) e (5.63) em (4.71) obtemos

$$\mathcal{M}_{++; ++} = \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[2e^2 \left(\frac{t-s}{st} \right) + \frac{g_{Z^0}^2 (t-s)}{2(s - m_{Z^0}^2)(t - m_{Z^0}^2)} (C_V - C_A)^2 \right]. \quad (5.77)$$

- Substituindo as equações (5.4), (5.21), (5.45) e (5.64) em (4.72) obtemos

$$\mathcal{M}_{++; -+} = 0. \quad (5.78)$$

- Substituindo as equações (5.5), (5.22), (5.46) e (5.65) em (4.73) obtemos

$$\mathcal{M}_{++; +-} = 0. \quad (5.79)$$

- Substituindo as equações (5.6), (5.23), (5.47) e (5.66) em (4.74) obtemos

$$\mathcal{M}_{++; --} = \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[\frac{2e^2}{s} + \frac{g_{Z^0}^2}{2(s - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 - C_A^2) \right]. \quad (5.80)$$

Caso b:

- De posse das equações (5.7), (5.24), (5.48) e (5.67), quando substituídas em (4.75), encontramos

$$\mathcal{M}_{-+;++} = 0. \quad (5.81)$$

- De posse das equações (5.8), (5.25), (5.49) e (5.68), quando substituídas em (4.76), encontramos

$$\mathcal{M}_{-+;-+} = - \left[\frac{2e^2}{t} + \frac{g_{Z^0}^2}{2(t - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 - C_A^2) \right]. \quad (5.82)$$

- De posse das equações (5.9), (5.26), (5.50) e (5.69), quando substituídas em (4.77), encontramos

$$\mathcal{M}_{-+;+-} = 0. \quad (5.83)$$

- De posse das equações (5.10), (5.27), (5.51) e (5.70), quando substituídas em (4.78), encontramos

$$\mathcal{M}_{-+;--} = 0. \quad (5.84)$$

Caso c:

- Substituindo as equações (5.11), (5.28), (5.52) e (5.71) em (4.79) obtemos

$$\mathcal{M}_{+-;++} = 0. \quad (5.85)$$

- Substituindo as equações (5.12), (5.29), (5.53) e (5.72) em (4.80) obtemos

$$\mathcal{M}_{+-;-+} = 0. \quad (5.86)$$

- Substituindo as equações (5.13), (5.30), (5.54) e (5.73) em (4.81) obtemos

$$\mathcal{M}_{+-;+-} = - \left[\frac{2e^2}{t} + \frac{g_{Z^0}^2}{2(t - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 - C_A^2) \right]. \quad (5.87)$$

- Substituindo as equações (5.14), (5.31), (5.55) e (5.74) em (4.82) obtemos

$$\mathcal{M}_{+-;--} = 0. \quad (5.88)$$

Caso d:

- De posse das equações (5.15), (5.32), (5.58) e (5.75), quando substituídas em (4.83), encontramos

$$\mathcal{M}_{--;++} = \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[\frac{2e^2}{s} + \frac{g_{Z^0}^2}{2(s - m_{Z^0}^2)} (C_V^2 - C_A^2) \right]. \quad (5.89)$$

- De posse das equações (5.16), (5.33), (5.59) e (5.76), quando substituídas em (4.84), encontramos

$$\mathcal{M}_{--;+-} = 0. \quad (5.90)$$

- De posse das equações (5.18), (5.35), (5.61) e (5.78), quando substituídas em (4.85), encontramos

$$\mathcal{M}_{--;+-} = 0. \quad (5.91)$$

- De posse das equações (4.19), (4.36), (4.53) e (4.70), quando substituídas em (4.86), encontramos

$$\mathcal{M}_{--;--} = -\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[2e^2 \left(\frac{s-t}{st} \right) + \frac{g_{Z^0}^2 (s-t)}{2(s - m_{Z^0}^2)(t - m_{Z^0}^2)} (C_V + C_A)^2 \right]. \quad (5.92)$$

O cálculo da assimetria direita-esquerda para o espalhamento Bhabha é análogo ao do espalhamento Møller. O numerador da assimetria é

$$N = \frac{-2C_A C_V g_{Z^0}^2 (s-t)^2 \cos^4(\theta/2)}{(s - m_{Z^0}^2)^2 (t - m_{Z^0}^2)^2 st} \left[4e^2 (s - m_{Z^0}^2) (t - m_{Z^0}^2) + (C_A^2 + C_V^2) g_{Z^0}^2 st \right]. \quad (5.93)$$

enquanto o denominador é

$$\begin{aligned}
D = & \frac{1}{2} \left\{ \left\{ g_{Z^0}^4 \left[\frac{C_V^4}{(s - m_{Z^0}^2)^2} + \frac{2C_V^4}{(t - m_{Z^0}^2)^2} - \frac{2C_V^4}{(s - m_{Z^0}^2)(t - m_{Z^0}^2)} + \right. \right. \right. \\
& + \frac{C_A^4}{(s - m_{Z^0}^2)^2(t - m_{Z^0}^2)^2} (m_{Z^0}^4 - 2m_{Z^0}^2s + 2s^2 - 2st + t^2) \left. \right] + 16e^4 \left(\frac{1}{s^2} + \frac{2}{t^2} - \frac{2}{st} \right) + \\
& + 8e^2 g_{Z^0}^2 C_V^2 \left[\frac{1}{s(s - m_{Z^0}^2)} - \frac{1}{s(t - m_{Z^0}^2)} - \frac{1}{t(s - m_{Z^0}^2)} + \frac{2}{t(t - m_{Z^0}^2)} \right] - \\
& - \frac{1}{(s - m_{Z^0}^2)^2(t - m_{Z^0}^2)^2 st} \left\{ 2C_A^2 C_V^2 g_{Z^0}^4 st (m_{Z^0}^4 - 2m_{Z^0}^2s - 2s^2 + 6st - 3t^2) + \right. \\
& + 8C_A^2 g_{Z^0}^2 e^2 (t - m_{Z^0}^2) [m_{Z^0}^4 s + st(2s - t) + m_{Z^0}^2 (-s^2 - 2st + t^2)] \left. \right\} \cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \\
& + \left\{ (C_A^4 + C_V^4) g_{Z^0}^4 \left(\frac{1}{(s - m_{Z^0}^2)^2} + \frac{1}{(t - m_{Z^0}^2)^2} \right) + 16e^4 \left(\frac{1}{s^2} + \frac{1}{t^2} \right) + \right. \\
& + 8C_V^2 e^2 g_{Z^0}^2 \left(\frac{1}{s(s - m_{Z^0}^2)} + \frac{1}{t(t - m_{Z^0}^2)} \right) - 2C_A^2 g_{Z^0}^2 \left[C_V^2 g_{Z^0}^2 \times \right. \\
& \times \left. \left. \left(\frac{1}{(s - m_{Z^0}^2)^2} + \frac{1}{(t - m_{Z^0}^2)^2} \right) + 4e^2 \left(\frac{1}{s(s - m_{Z^0}^2)} + \frac{1}{t(t - m_{Z^0}^2)} \right) \right] \left. \right\} \sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \\
& + \frac{\sin^2(\theta/2)}{2t^2(t - m_{Z^0}^2)} [4e^2(t - m_{Z^0}^2) + (C_V^2 - C_A^2) g_{Z^0}^2 t]^2 \left. \right\}, \tag{5.94}
\end{aligned}$$

desprezando termos de ordem $g_{Z^0}^4$, simplificando o resultado chegamos a

$$A_{+-} = \frac{2(1 - 4\sin^2\theta_W)}{1 + (1 - 4\sin^2\theta_W)^2}, \tag{5.95}$$

que é a assimetria direita-esquerda para o espalhamento Bhabha [SLD96].

5.5 Resultados numéricos

Para construir a tabela 5.1 invertemos a eq. (5.95) para $\sin^2\theta_W$ e substituímos os valores experimentais de A_{+-} . Os valores da assimetria expostos na tabela 5.1 são

aqueles que já incluem os fenômenos de: troca de fótons e interferência eletrofraca, os quais surgem do deslocamento do valor da energia a partir do valor atribuído para esta na região próxima ao pólo do Z^0 , quando medida no referencial de centro de massa [SLD96].

Nossos valores foram comparados com os dados fornecidos na página 122 da referência [Ono00], estando ambos em concordância. Na tabela 5.1 apresentamos os valores de A_{+-} e $\text{sen}^2\theta_W$ com incertezas nos últimos dígitos, tal como fornecidos em [Ono00].

Ano	$\text{sen}^2\theta_W$	A_{+-}
1992	$0,2378 \pm 0,0056$	$0,097 \pm 0,044$
1993	$0,2292 \pm 0,0009$	$0,1656 \pm 0,0071$
1994/5	$0,23100 \pm 0,00054$	$0,1512 \pm 0,0042$
1996	$0,22996 \pm 0,00073$	$0,15929 \pm 0,00573$
1997/8	$0,23126 \pm 0,00030$	$0,14906 \pm 0,00237$

Tabela 5.1: Dados da colaboração SLD para medidas de A_{+-} e $\text{sen}^2\theta_W$ realizadas em diferentes anos.

O teste χ^2

Nesta subseção desenvolvemos brevemente um procedimento estatístico capaz de nos indicar o quanto os dados experimentais, apresentados na tabela 5.1, se desviam do valor teórico esperado para $\text{sen}^2\theta_W$. Nosso procedimento segue a rotina executada na referência [Dan09].

A estatística χ^2 está baseada no cálculo do coeficiente

$$\chi^2(\nu) = \sum_{j=1}^n \frac{(O_j - E)^2}{E}, \quad (5.96)$$

aqui O_j indica o j -ésimo dado observado, E representa o valor teórico esperado para a variável em estudo, e $\nu (= n^\circ \text{ de dados} - 1)$ indica o número de graus de liberdade associado ao conjunto de dados. Examinando nossa tabela, vemos que dispomos de cinco dados que representam as melhores estimativas para $\text{sen}^2\theta_W$ realizadas pela colaboração SLD-SLAC em cinco diferentes anos. Então, o nosso conjunto de dados

tem quatro graus de liberdade associados a si. Além disso, o valor de χ^2 será a soma dos χ^2 realizados para cada dado separadamente. Portanto, temos

$$\begin{aligned} \chi^2(4) = & \frac{1}{0,2385} [(0,2378 - 0,2385)^2 + (0,2292 - 0,2385)^2 + (0,23100 - 0,2385)^2 + \\ & + (0,22996 - 0,2385)^2 + (0,23126 - 0,2385)^2], \end{aligned} \quad (5.97)$$

ou seja,

$$\chi^2 \approx 0,011. \quad (5.98)$$

O grau de confiança do nosso conjunto de medidas pode ser obtido quando calculamos a distribuição χ^2 , dada por¹

$$Q(\chi^2; \nu) \equiv \frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} \int_{\chi^2}^{\infty} e^{-t/2} t^{\frac{\nu}{2}-1} dt, \quad (5.99)$$

que quando comparada a *função especial gama incompleta*²

$$\Gamma(a, z) \equiv \int_z^{\infty} e^{-u} u^{a-1} du, \quad (5.100)$$

com $a = \nu/2$, $u = t/2$ e $z = \chi^2/2$, pode ser escrita como

$$Q(\chi^2; \nu) = \frac{1}{\Gamma(\nu/2)} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}, \frac{\chi^2}{2}\right). \quad (5.101)$$

Finalmente, para o nosso conjunto de dados temos

$$Q(0,0011; 4) = \frac{1}{\Gamma(2)} \Gamma(2; 0,00055), \quad (5.102)$$

calculando esta razão através do software Mathematica encontramos

$$Q(0,0011; 4) \approx 0.9999998488. \quad (5.103)$$

O valor de Q explicitado na eq. (5.103) indica que o conjunto de medidas experimentais da colaboração SLD-SLAC para o ângulo de Weinberg está correto com confiança de

$$99,99998488\%. \quad (5.104)$$

¹Veja [AS72], página 940.

²Mais informações podem ser encontradas na referência [Wei].

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas

Neste trabalho aplicamos o método das amplitudes de helicidade aos espalhamentos Møller e Bhabha para a obtenção das expressões da assimetria direita-esquerda, A_{+-} , características a cada um destes espalhamentos. A substituição dos valores experimentais encontrados para esta assimetria nas expressões supracitadas nos permite inferir o ângulo de Weinberg, $\sin^2\theta_W$, que é um parâmetro fundamental no MPE. Precisamos deste parâmetro para, por exemplo, estabelecer o valor das massas dos bósons de calibre W^\pm e Z^0 [CD84]. Salientamos que o ângulo de Weinberg é um parâmetro livre dentro do MPE, então seu valor necessita ser determinado experimentalmente. Os primeiros esforços para sua determinação foram realizados com experimentos envolvendo neutrinos [HS81]. Sendo assim, o cálculo indireto de $\sin^2\theta_W$ através de processos polarizados e com o uso da assimetria A_{+-} , tal qual apresentado neste trabalho, é um procedimento alternativo e com resultados de alta precisão para a obtenção do valor deste ângulo.

Em um estudo futuro pretendemos utilizar a técnica de amplitudes de helicidade para a investigação de quantidades relacionadas a outros processos físicos, em especial processos relevantes para modelos que são extensões do MP, tais como os modelos supersimétricos, vindo ao encontro de trabalhos já existentes na literatura: [Hab94], [Mar12], [DHM10]. Com efeito, sinais de física além do MP se manifestarão como pequenos desvios dos resultados preditos por este modelo. Portanto, medidas de alta precisão são informações valiosas e podem ser realizadas através de processos polarizados em colisores lineares.

Apêndice A

Figuras

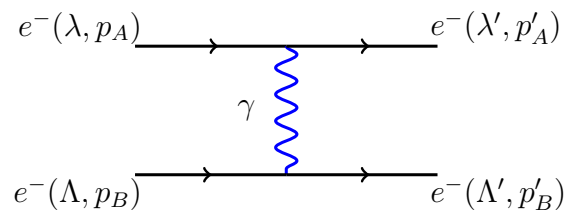


Figura A.1: Diagrama do espalhamento Møller com a troca de um fóton no canal t

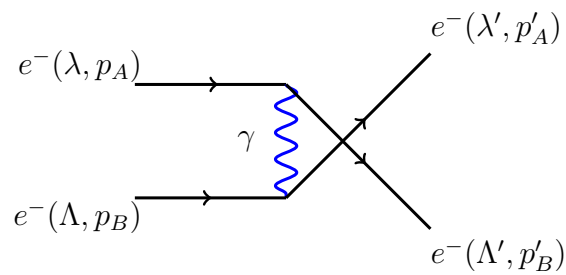


Figura A.2: Diagrama do espalhamento Møller com a troca de um fóton no canal u

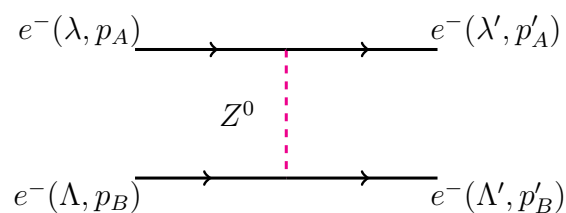


Figura A.3: Diagrama do espalhamento Møller com a troca de um bóson Z^0 no canal t

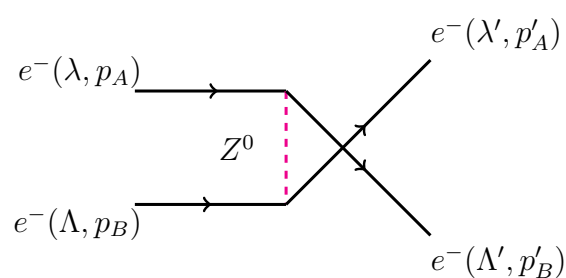


Figura A.4: Diagrama do espalhamento Møller com a troca de um bóson Z^0 no canal u

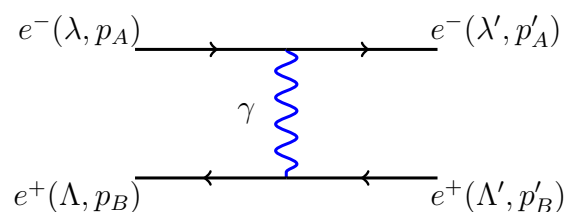


Figura A.5: Diagrama do espalhamento Bhabha com a troca de um fóton no canal t

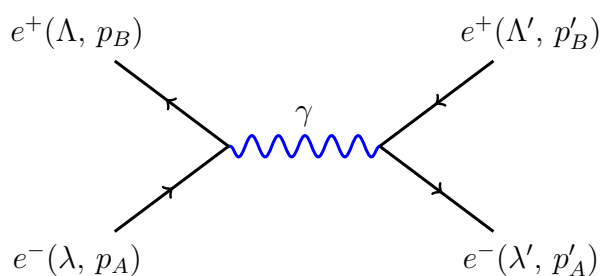


Figura A.6: Diagrama do espalhamento Bhabha com a troca de um fóton no canal s

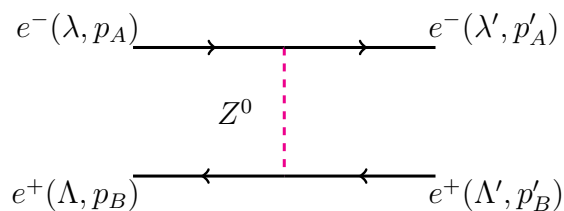


Figura A.7: Diagrama do espalhamento Bhabha com a troca de um bóson Z^0 no canal t

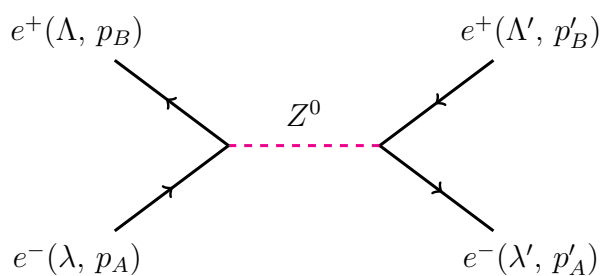


Figura A.8: Diagrama do espalhamento Bhabha com a troca de um bóson Z^0 no canal s

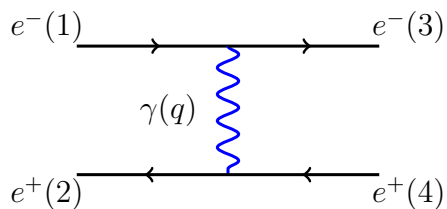


Figura A.9: Diagrama do espalhamento Bhabha com a troca de um fóton no canal t

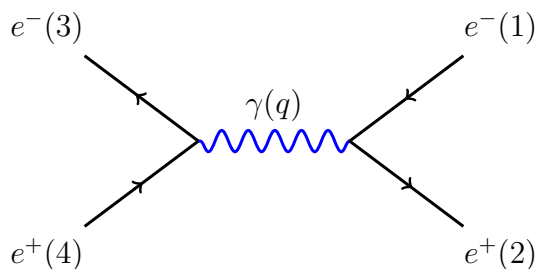


Figura A.10: Diagrama do espalhamento Bhabha com a troca de um fóton no canal s

Apêndice B

Elementos de cinemática relativística

O foco de estudo deste trabalho é um processo do tipo

$$A + B \rightarrow C + D, \tag{B.1}$$

ou seja, uma *colisão* entre as partículas A e B cujo produto final será outras duas partículas C e D . Por definição, uma colisão é um fenômeno físico que ocorre por tão breve intervalo temporal e em uma região espacial tão limitada que não sofre qualquer influência de forças externas, tais como: a gravidade e a força de atrito. Em particular, estamos interessados em colisões relativísticas. Portanto, a lei de conservação do 4-momentum

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_C + \vec{p}_D, \tag{B.2}$$

será sempre válida. Entretanto, a energia cinética T de um tal processo pode ou não ser conservada. Segundo este critério podemos classificar todos os processos do tipo (B.1) em três classes:

- i) Adesivos: nos quais a energia cinética final ($T_C + T_D$) é menor do que a energia cinética inicial ($T_A + T_B$). Assim, para que a lei de conservação (B.2) seja obedecida devemos ter um aumento na *energia de repouso*¹ e na massa do sistema $A + B$.

¹Aquela medida no referencial de repouso do sistema.

- ii) *Explosivos*: para os quais $T_A + T_B < T_C + T_D$. Desta forma, a energia de repouso e a massa do sistema diminuem. Qualquer processo de decaimento será deste tipo.
- iii) *Elásticos*: neles a energia cinética total, a energia de repouso e a massa são conservadas. Este é um caso especial de (B.1), cuja representação esquemática é

$$A + B \rightarrow A' + B'. \quad (\text{B.3})$$

Em particular, os espalhamentos Møller e Bhabha, aqui estudados, são elásticos.

Como estamos trabalhando no formalismo relativístico é conveniente representarmos todos os nossos resultados em termos de quantidades² que não se modifiquem sob *transformações de Lorentz*. Em *Relatividade Especial* o módulo do 4-momentum \vec{p} de um dado sistema pode ser usado para definir a massa m deste sistema

$$\vec{p} \cdot \vec{p} = m^2, \quad (\text{B.4})$$

e esta é um invariante de Lorentz. Em vista disto, os produtos: $p_A \cdot p_A$, $p_A \cdot p_B$, $p_A \cdot p_C$, $p_A \cdot p_D$, $p_B \cdot p_B$, $p_B \cdot p_C$, $p_B \cdot p_D$, $p_C \cdot p_C$, $p_C \cdot p_D$ e $p_D \cdot p_D$ servem aos nossos propósitos. Porém, a lei de conservação (B.2) nos alerta que apenas três destes momenta são independentes. O que nos restringe a, por exemplo, $p_A \cdot p_A$, $p_B \cdot p_B$, $p_C \cdot p_C$ e, $p_A \cdot p_B$, $p_A \cdot p_C$, $p_B \cdot p_C$. Enquanto os três primeiros produtos são condizentes com a equação (B.4), os três posteriores satisfazem a uma relação que vem da equação

$$(p_A + p_B + p_C)^2 = p_D^2 = m_D^2. \quad (\text{B.5})$$

Em decorrência destas considerações, definamos as três variáveis cinemáticas, conhecidas na literatura como *variáveis de Mandelstam*

$$\left\{ \begin{array}{l} s = (p_A + p_B)^2 = (p_C + p_D)^2, \end{array} \right. \quad (\text{B.6})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = (p_A - p_C)^2 = (p_B - p_D)^2, \end{array} \right. \quad (\text{B.7})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = (p_A - p_D)^2 = (p_B - p_C)^2, \end{array} \right. \quad (\text{B.8})$$

²Referidas daqui em diante por *invariantes de Lorentz*.

cada uma delas corresponde a um dos três *canais*, respectivamente

$$\left\{ \begin{array}{l} A + B \rightarrow C + D, \text{ (Canal s)} \end{array} \right. \quad (\text{B.9})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D, \text{ (Canal t)} \end{array} \right. \quad (\text{B.10})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A + \bar{D} \rightarrow \bar{B} + C. \text{ (Canal u)} \end{array} \right. \quad (\text{B.11})$$

Observamos que as letras referem-se a partículas, enquanto as letras sob barras referem-se a antipartículas. Além disso, existe uma relação simples entre as variáveis s , t e u e as massas de todas as partículas envolvidas no processo. Para deduzi-la consideremos a soma

$$\begin{aligned} s + t + u &= (p_A^2 + p_B^2 + 2p_A \cdot p_B) + (p_A^2 + p_C^2 - 2p_A \cdot p_C) + \\ &+ (p_A^2 + p_D^2 - 2p_A \cdot p_D), \end{aligned}$$

que com o auxílio de (B.4) torna-se

$$s + t + u = (3m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2) + 2p_A \cdot (p_B - p_C - p_D),$$

e usando a lei de conservação do 4-momentum ($p_A + p_B = p_C + p_D$) teremos

$$\begin{aligned} s + t + u &= (3m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2) - 2p_A^2 \\ &= (3m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2) - 2m_A^2 \\ s + t + u &= m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2, \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

que é a relação desejada.

Apêndice C

O momentum, a energia e a velocidade

No capítulo 3 introduzimos uma notação bastante conveniente para a descrição dos espinores autoestados do operador helicidade. Neste apêndice mostraremos como o momentum, a energia e a velocidade de uma partícula podem ser escritas em função das variáveis

$$p\eta^\pm = E \pm m, \quad p \cos \theta = p_z, \quad p e^{\pm i\phi} \sin \theta = p_\pm. \quad (3.15)$$

Desde que estamos trabalhando com partículas quânticas e em movimento relativístico, as seguintes relações são válidas

$$\begin{cases} E = \omega & (C.1) \\ p = \kappa & (C.2) \\ \mathbf{p}^2 = E^2 - m^2, & (C.3) \end{cases}$$

se: ω , κ , m e p são: a frequência angular, o número de onda de *de Broglie*, a massa e o módulo do trimomentum associados a partícula, respectivamente. Iniciamos somando o primeiro par de eqs. em (3.15), ou seja,

$$p\eta + \frac{p}{\eta} = 2E \rightarrow p(\eta^2 + 1) = 2E\eta,$$

isolando p temos

$$p = \frac{2E\eta}{1 + \eta^2}. \quad (C.4)$$

Por outro lado, das eqs. (C.1) e (C.2), temos

$$\frac{E}{\omega} = \frac{p}{\kappa} = 1. \quad (\text{C.5})$$

Se elevarmos a eq. (C.4) ao quadrado e usarmos (C.3) teremos

$$\mathbf{p}^2 = \frac{4\eta^2}{(1 + \eta^2)^2} (\mathbf{p}^2 + m^2),$$

que após alguma manipulação nos leva a

$$p = \frac{2\eta m}{1 - \eta^2}, \quad (\text{C.6})$$

esta é a expressão do trimomentum, em módulo, desejada. A expressão para a energia, vem da substituição do quadrado de (C.6) em (C.3), assim

$$\begin{aligned} E^2 - m^2 &= \frac{4\eta^2 m^2}{(1 - \eta^2)^2} \\ &= m^2 \left[1 + \frac{4\eta^2}{(1 - \eta^2)^2} \right] \\ &= m^2 \left[\frac{(1 - \eta^2)^2 + 4\eta^2}{(1 - \eta^2)^2} \right] \\ E^2 &= \frac{(1 + \eta^2)^2}{(1 - \eta^2)^2} m^2, \end{aligned}$$

e, portanto,

$$E = \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta^2} E', \quad (\text{C.7})$$

sendo $E' = m$ a *energia de repouso* da partícula. Nosso último cálculo será para encontrar a velocidade da partícula. Partimos da seguinte relação relativística.

$$v = \frac{p}{E}. \quad (\text{C.8})$$

Substituindo as eqs. (C.6) e (C.7) em (C.8), ficamos com

$$v = \frac{2\eta m / (1 - \eta^2)}{(1 + \eta^2) / (1 - \eta^2)},$$

a qual após simplificação torna-se

$$v = \frac{2\eta m}{1 + \eta^2}, \quad (\text{C.9})$$

que é a relação que queríamos.

Apêndice D

Propriedades das matrizes γ^μ e do traço de uma matriz

Apresentaremos algumas poucas propriedades das matrizes de Dirac, $\gamma^\mu = (\beta, \beta\boldsymbol{\alpha})$, e do traço de produtos das γ^μ . Não desenvolveremos as provas, as quais podem ser encontradas na literatura, eg. em [LP07].

D.1 Identidades das γ^μ

1. Para quaisquer dois quadrivetores a^μ e b^μ vale

$$\not{a}\not{b} + \not{b}\not{a} = 2a^\nu b_\nu; \quad (\text{D.1})$$

- 2.

$$\gamma^\nu \gamma_\nu = 4; \quad (\text{D.2})$$

- 3.

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu; \quad (\text{D.3})$$

- 4.

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda}; \quad (\text{D.4})$$

- 5.

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\mu = -2\gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma; \quad (\text{D.5})$$

D.2 Teoremas do traço

1.

$$\text{Tr}[\mathbf{1}] = 4; \quad (\text{D.6})$$

2.

$$\text{Tr}[\gamma^\nu \gamma^\lambda] = 4g^{\nu\lambda}; \quad (\text{D.7})$$

3.

$$\text{Tr}[\gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\tau] = 0; \quad (\text{D.8})$$

4.

$$\text{Tr}[\gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\tau \gamma^\sigma] = 4(g^{\nu\lambda} g^{\tau\sigma} - g^{\nu\tau} g^{\lambda\sigma} + g^{\nu\sigma} g^{\lambda\tau}); \quad (\text{D.9})$$

Referências Bibliográficas

- [AL73] E.S. Abers and B.W. Lee, *Phys. Rep.* **9**, 1 (1973).
- [AS72] M. Abramowitz and I.A. Stegun 1972 “*Handbook of Mathematical Functions*”, 1^aed. (National Bureau of Standards, USA).
- [AH02] I.J.R. Aitchison and A.J.G. Hey 2002 “*Gauge theories in particle physics: A practical introduction. Vol. 1: From relativistic quantum mechanics to QED*”, 3^aed. (Ed. IOP Publishing., Bristol, UK).
- [AHKN12] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita, and M. Nio, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 111807 (2012).
- [ATLAS12] The ATLAS Collaboration, *Phys. Lett. B* **716**, 1-29 (2012); arXiv: hep-ex/1207.7214.
- [Beg04] Klejda Bega 2004 “*Measurement of the Weak Mixing Angle in Møller Scattering*”, (Thesis, Caltech).
- [Ber12] J. Beringer *et al.* (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* **86**, 010001 (2012).
- [Bha35] H.J. Bhabha, *Proc. Roy. Soc. A* **154**, 195 (1935).
- [BP02] V. Barone and E. Predazzi 2002 *High-Energy Particle Diffraction*, (Ed. Springer-Verlag, Berlin, Germany).
- [BLP82] V.B. Berestetskii, E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii 1982 *Quantum Electrodynamics*, Course of Theoretical Physics (Ed. Pergamon Press, Oxford).
- [Bil94] S. Bilenky, *Quantum Field Theory for Experimentalists*, Proceedings of 1993 European School of High-Energy Physics – Zakopane, Poland (Ed. CERN, Geneva, 1994).

- [BD64] J. Bjorken and S. Drell 1964 *Relativistic Quantum Mechanics*, Internacional Series in Pure and Applied Physics (Ed. McGraw-Hill Book Company).
- [BS59] N.N. Bogoliubov and D.V. Shirkov 1959 *Introduction to the Theory of Quantized Fields*, Monographs and Texts in Physics and Astronomy - Vol. III (Interscience Publishers Inc., New York).
- [Blu58] S.A. Bludman, *Nuovo Cim.* **9**, 433 (1958).
- [CD84] G.D. Coughlan and J.E. Dodd 1984 *The ideas of particle physics – An introduction for scientists*, (Ed. Cambridge University Press, 2^aed., USA).
- [CG96] F. Cuypers and P. Gambino, arXiv: hep-ph/9606391v2 (1996).
- [Chi07] D.B. Chitwood *et al.* MuLan Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 032001 (2007).
- [CKR94] F. Cuypers, K. Kolodziej and R. Rückl, *Nucl. Phys. B* **430**, 231 (1994).
- [CKKR94] F. Cuypers, K. Kolodziej, O. Korakianitis and R. Rückl, *Phys. Lett. B* **325**, 243-247 (1994).
- [CLIC] <http://clic-study.org/>
- Physics and Detectors at CLIC (Conceptual Design Report):
<https://edms.cern.ch/document/1177771>
- [CLIC-Layout] <http://clic-study.org/accelerator/imageNutsHELL/CLIC-layout2009.png>
- [CM98] A. Czarnecki and W.J. Marciano, *Int. J. Mod. Phys. A* **13**, 2235-2244 (1998); hep-ph/9801394.
- [CMS12] The CMS Collaboration, *Phys. Lett. B* **716** 30 (2012); arXiv: hep-ex/1207.7235.
- [Cos06] B.M.S. Costa 2006 *Efeitos de bósons virtuais nos espalhamentos Møller e Bhabha polarizados no NLC*, (Tese de doutorado, UFRJ).
- [Cuy95] F. Cuypers, arXiv: hep-ph/9512201 (1995).
- [Dan09] H. Vic Dannon, *Gauge Institute Journal*, **5**, 3 (2009).

- [DHM10] H.K. Dreiner, H.E. Haber, S.P. Martin, *Phys. Rept.* **494**, 1 (2010); arXiv: hep-ph/0812.1594v5.
- [DM79] E. Derman and W. Marciano, *Ann. Phys.* **121**, 147-180 (1979).
- [Dir28] P.A.M. Dirac, *Proc. Royal Soc. A* **117**, 610, (1928); **118**, 351 (1928).
- [Eid04] S. Eidelman *et al.*, *Phys. Lett. B* **592**, 1 (2004).
- [Eli93] R. Elia 1993 *First Measurement of the Left-Right Asymmetry in Z-Boson Production*, (SLAC-PUB-6169).
- [Flü94] S. Flügge 1994 *Practical Quantum Mechanics*, Vol.II (Ed. Springer, Berlin, Germany).
- [GIM70] S.L. Glashow, J.Iliopoulos and L. Maini *Phys. Rev. D* **2**, 1285 (1970).
- [Gla61] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22**, 579 (1961).
- [GR03] W. Greiner and J. Reinhardt 2003 *Quantum Electrodynamics*, 3^a Ed. (Ed. Springer-Verlag, Berlin, Germany).
- [Gre00] W. Greiner 2000 *Relativistic Quantum Mechanics, Wave Equations*, 3^aEd. (Ed. Springer-Verlag, Berlin, Germany).
- [Gri04] D. Griffiths 2004 *Introduction to Elementary Particles* (Ed. John Wiley & Sons. Inc., New York, USA).
- [Hab94] H.E. Haber, arXiv: hep-ph/9405376v1, (1994).
- [Has73] F.J. Hasert *et al.*, *Phys. Lett. B* **46**, 121 (1973); *Phys. Lett. B* **46**, 138 (1973).
- [Hig64] P.W. Higgs, *Phys. Lett.*, **12**, 132 (1964).
- [Hir00] T. Hirose *et al*, *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A* **455**, 15-24, (2000).
- [HM84] F. Halzen and A.D. Martin 1984 *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, (Ed. John Wiley & Sons. Inc., Canada).
- [HS81] P.Q. Hung and J.J. Sakurai, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **31**, 375, (1981).
- [ILC] <http://www.linearcollider.org/>

- [ILC-Layout] <http://www.interactions.org/imagebank/images/OT0105H.jpg>
- [IZ05] C. Itzykson and J.B. Zuber 2005 *Quantum Field Theory*, (Ed. Dover, New York, USA).
- [ITRP07] http://www.fnal.gov/directorate/icfa/recent_lc_activities_files/ITRP_Report_Final.pdf
- [Lei58] J. Leite Lopes, *Nucl. Phys.* **8**, 234 (1958).
- [LEP] <http://home.web.cern.ch/about/accelerators/large-electron-positron-collider>
<http://press.web.cern.ch/press-releases/2000/10/lep-story>
<http://www.hep.ucl.ac.uk/~jpc/all/ulthesis/node15.html>
- [LP07] A. Lahiri and P.B. Pal 2007 *A First Book of Quantum Field Theory*, (Ed. Alpha Science, Oxford, UK).
- [Kul01] http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/articles/kullander/
- [Mar12] S.P. Martin, arXiv: hep-ph/1205.4076v1, (2012).
- [Mol32] C. Møller, *Ann. Phys.* **14**, 531 (1932).
- [Mon05] K. Mönig, *Int. J. Mod. Phys. A* **21**, 1974-1986 (2006); arXiv: hep-ph/0509159v2 (2005).
- [Nov00] S.F. Novaes 2000 *Standard Model: An Introduction*, arXiv: hep-ph/0001283v1, (IFT-P 010/2000).
- [Ono00] D.V. Onoprienko 2000 *Precise Measurement of the Left-Right Asymmetry in Z^0 Boson Production by e^+e^- Collisions. Electron Beam Polarization Measurement with the Quartz Fiber Calorimeter*, (SLAC-Report-556).
- [Ple08] V. Pleitez 2008 *Partículas Elementares I*, (IFT-UNESP).
- [Pres79] C.Y. Prescott *et al.*, *Phys. Rev. Lett. B* **84**, 524 (1979); *Further Measurements of Parity Non-Conservation in Inelastic Electron Scattering*, (SLAC-PUB-2319).
- [PS95] M.E. Peskin and D.V. Schoeder 1995 *An Introduction to Quantum Field Theory*, (Ed. Perseus Book Publishing, Massachusetts, USA).

- [Qui83] C. Quigg 1983 *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*, (Ed. Addison-Wesley Pub. Co., Menlo Park).
- [Rod] M.C. Rodriguez, *Estudo de processos polarizados*, monografia de Física Teórica (não publicada).
- [Rod97] M.C. Rodriguez, Dissertação de Mestrado, IFT-D-001/97.
- [Sak95] J.J. Sakurai 1995 *Modern Quantum Mechanics*, Revised Edition (Addison Wesley, New York, USA).
- [Sal68] A. Salam 1968 *Proceedings of the 8th Nobel Symposium*, (Ed. N. Svartholm, Almqvist and Wiksell, Stockholm).
- [San12] G.S. dos Santos 2012 *Produção de Quarkonium em Colisões Nucleares*, (Dissertação de Mestrado, FURG).
- [Sch57] J. Schwinger, *Ann. Phys.* **2**, 407 (1957).
- [SLAC-158] SLAC 158 Collaboration, arXiv: hep-ex/0504049v1 (2005); <http://www.slac.stanford.edu/exp/e158/plots/results.html>
- [SLC] <http://www.slac.stanford.edu/gen/grad/GradHandbook/slac.html>
<http://www-sldnt.slac.stanford.edu/alr/slc.htm>
<http://www.slac.stanford.edu/pubs/slacpubs/8000/slac-pub-8556.html>
- [SLD96] The SLD Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2075-2079 (1997); hep-ex/9611011 (1996).
- [Spin] <http://www.physics.umd.edu/rgroups/spin/intro.html>
http://www.ced.ufsc.br/men5185/trabalhos/23_semicondutores/spintronica.htm
http://evfita.ita.br/evfita2008/local_arquivos/Lara\%20-%20EVFITA2008.pdf
- [’tHo80] G.’t Hooft, *SCIAM*, **242**, Nr. 6, 104–138 (1980).
- [’tHo71] G. ’t Hooft, *Nucl. Phys. B* **33**, 173 (1971); *Nucl. Phys. B* **35**, 167 (1971).
- [Wei67] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264 (1967).

[Wei] E.W. Weisstein, “*Incomplete Gamma Function*”, From MathWorld – A Wolfram Web Resource.

<http://mathworld.wolfram.com/IncompleteGammaFunction.html>

[Wu57] C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes, R.P. Hudson, *Phys. Rev.* **105**, 1413-1415 (1957).

[You03] I. Younus 2003 *First Observation of the Parity Violating Asymmetry in Møller Scattering*, (SLAC-Report-768).