

CONTROLE BASEADO EM ESTRUTURA VÁRIAVEL APLICADO EM ATUADORES ROBÓTICOS

**Samuel S. Gomes^{a,b}, Adriano P. Zeilmann^b, Marco A.S.Terres^b, Leonardo B. Soares^b e
Sebastião C.P. Gomes^b**

^aPrograma de Pós Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande, Av.

Itália km 8 Bairro Carreiros, Rio Grande, Brasil, samgomesfurg@bol.com.br,

<http://www.engenhariaoceanica.furg.br/>

*^bNúcleo de Matemática Aplicada e Controle (NUMA), Universidade Federal do Rio Grande, Av. Itália
km 8 Bairro Carreiros, Rio Grande, Brasil*

Palavras-chave: Atuador robótico, atrito, leis de controle, controle a estrutura variável e dinâmica não linear.

Resumo. Atuadores possuem não linearidades que dificultam o controle. A principal delas é o atrito não linear que provoca zona morta em torque e comportamento do tipo adere-desliza ("stick-slip"). No presente artigo foi feita a explanação de dois modelos de atrito (Lugre e Gomes). Após isso, foram realizadas simulações em comparação com resultados experimentais para verificar qual o modelo é mais realista. O controle a estrutura variável é adequado a sistemas com dinâmicas não modeladas. O presente trabalho compara três implementações de controles diferentes, proporcional, integral e derivativo (PID), sliding Mode com superfície simples e com superfície integral. As simulações demonstraram, que tanto o controle proporcional, integral e derivativo (PID) quanto o controle com superfície integral apresentaram um ótimo desempenho no seguimento de trajetórias, considerando-se atritos não lineares na dinâmica do atuador. Porém, o controle a estrutura variável com superfície simples não apresentou o mesmo desempenho.

1 INTRODUÇÃO

A modelagem de atuadores robóticos constitui um desafio permanente devido às dificuldades apresentadas no projeto de um controle, pois esse é baseado na modelagem (nem sempre próxima o suficiente do real) de uma dinâmica da natureza. Existem incertezas nos modelos dinâmicos, como por exemplo, a presença de não linearidades devidas ao atrito às quais dificultam muito o projeto de controle para atuadores robóticos e, por isso, este assunto tem sido o objeto de vários trabalhos de pesquisa. Em (e.g. Gomes et al., 2006) é apresentada uma modelagem mais realista para atuadores robóticos, ao considerar não linearidades no atrito. Em (e.g. Corrêa et al., 2008) existe um estudo relatando como a dinâmica dos atuadores robóticos influencia a dinâmica de estruturas flexíveis.

Modelagens mais realistas dos problemas recaem invariavelmente em modelos não-lineares e assim, muitos trabalhos têm utilizado o controle que utiliza estrutura variável (modos deslizantes (*sliding-mode*)), controle esse que foi desenvolvido na União Soviética na década de 60 (Emelyanov, 1967) e representa uma boa alternativa para as não linearidades e incertezas paramétricas dos modelos. Em (e.g. Sens et al., 2006) foi utilizado o *sliding-mode* para o controle do veículo subaquático não tripulado NEROV, apresentando bons resultados de simulações. Em (Lima, 2005) essa técnica foi utilizada para o controle do freio ABS de carros, tendo sido também obtidos bons resultados.

Este artigo apresenta o controle de atuadores robóticos do tipo moto-reductor, através de três estratégias diferentes, para fins comparativos, utilizando-se o modelo dinâmico proposto em (e.g. Gomes et al., 2003), com o atrito não-linear. A seção 2 apresenta uma rápida discussão acerca do atuador robótico, sua utilidade e modelagem. Na seção 3 são apresentados os modelos de atrito de Lugre e Gomes. Na seção 4 são apresentados resultados experimentais x simulação em malha aberta dos modelos anteriormente citados, mostrando que ambos são fidedignos a planta física e também é ressaltado o motivo da escolha do modelo de Gomes para posterior aplicação das leis de controle. As seções 5 e 6 tratam do controle PID (proporcional integral e derivativo) e dos controles a estrutura variável (*sliding mode*) com superfície simples e integral aplicados para o modelo dinâmico do atuador. Por fim, na seção 7, apresentam-se os resultados das simulações realizadas no Matlab, estando as conclusões na seção 8. O controle baseado em estrutura variável é conhecido por apresentar bom comportamento no transitório, capacidade de rejeitar dinâmicas não-modeladas, insensibilidade a não linearidades da planta ou variação de parâmetros e grande robustez (Utkin, 1978), sendo por estas razões que se investigou, no presente artigo, a aplicação deste tipo de controle na dinâmica não linear de um atuador robótico.

2 O ATUADOR ROBÓTICO

Os atuadores elétricos do tipo moto-reductor *harmonic-drive* têm grande utilização na robótica. Eles estão presentes, por exemplo, nas juntas rotacionais de manipuladores robóticos. Essa utilização se justifica em razão do seu jogo angular praticamente nulo e ainda, da sua grande capacidade de ampliação do torque (e.g. Gomes et al., 2003). Porém, este tipo de atuador possui uma relevante zona morta em torque, ou seja, qualquer torque inferior ao atrito estático não passa para a estrutura a ser controlada.

O *harmonic-drive*, comparado a moto-redutores convencionais, apresenta excelentes características como alta relação de redução de velocidade, minimização de folga, alta precisão, pequeno porte, alta capacidade de torque, operação silenciosa e sem vibração e alta eficiência (Sunada, 2007).

O atuador que serviu de base para a determinação do modelo dinâmico para o estudo

apresentado neste artigo possui zona morta em torque equivalente a aproximadamente 10,8% do seu torque máximo.

A [Figura 1](#) mostra a foto de um atuador do tipo *harmonic-drive*. Nela vê-se o encoder incremental, o motor DC e o redutor *harmonic-drive*.



Figura 1: Foto do atuador do tipo moto-redutor harmonic-drive.

2.1 Modelo do atuador

O modelo dinâmico do atuador é baseado no modelo proposto por (e.g. [Gomes et al., 2003](#)). A [Tabela 1](#) mostra a constante de inércia e o torque máximo do atuador modelado.

Parâmetro	Valor
Inércia do rotor (I)	0.0133 kg.m^2
Torque máximo	1.74 N.m

Tabela 1: Parâmetros do atuador

A [Figura 2](#) mostra um desenho simplificado do atuador, com uma aproximação rígida de 1 grau de liberdade. O modelo é descrito a partir da seguinte equação:

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} = T_m \quad (1)$$

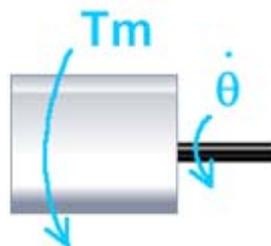


Figura 2: Esquema do atuador, com aproximação rígida.

onde I é a inércia do rotor, c é o coeficiente de atrito, T_m é o torque motor, conforme definido em (e.g. [Gervini et al., 2003](#)).

Em forma matricial temos o seguinte modelo

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-c}{I} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{I} \end{pmatrix} T_m = \dot{\vec{x}} = A\vec{x} + BT_m \quad (2)$$

Considerando a não-linearidade do sistema, a parcela do atrito entra como um torque de atrito (T_a) na Equação

$$I\ddot{\theta} = T_m + T_a \quad (3)$$

3 MODELOS DE ATRITO

A modelagem do atrito é extremamente importante para a dinâmica e o controle de sistemas mecânicos. Em razão disso, para fins de análise do comportamento do atrito e compreensão de alguns efeitos que o constituem, é essencial observar as características e os resultados de simulações produzidas por este fenômeno.

O grande desafio, na verdade, de se realizar o controle de atuadores robóticos é modelar corretamente o atrito. Em um sistema robótico, o atrito é um dos grandes problemas a ser estudado e entendido, especialmente devido à sua complexidade e ao crescente aumento da procura por processos que exigem alta precisão de posicionamento e manipulação. O atrito pode aparecer em várias partes que compõem o robô, como, por exemplo, os rotores, as transmissões, os sensores, o contato das articulações, etc. Com o objetivo principal de estudar os efeitos causados pelo atrito e buscar alternativas de compensá-lo, surgiram ao longo dos anos diversas técnicas para reproduzir um comportamento preciso do fenômeno. Sendo assim, serão apresentadas duas diferentes abordagens sobre modelos de atrito: *Lugre* (e.g. [Canudas-De-Wit et al., 1995](#)) e *Gomes* ([Gomes, 1995](#)).

Ressalta-se que existem muitos outros modelos além destes apresentados no artigo. Grande parte dos modelos de atrito surgiu após o desenvolvimento de Dahl, como, por exemplo, o de *Lugre*, que será visto adiante. As diferenças entre as abordagens mostram a evolução e a incorporação de efeitos complexos nas modelagens ao longo dos anos.

Dentre os fenômenos que serão observados nas modelagens estão o efeito de pré-deslizamento que em deslocamento muito pequenos, verifica-se a dependência na forma de histerese da força de atrito em relação ao deslocamento, o efeito de ruptura que é a força necessária para vencer o atrito estático e iniciar o movimento ([Casanova, 2007](#)), os modos *Stick-slip*, onde este fenômeno está associado a atritos não lineares e acontece para baixas velocidades, podendo gerar ciclos limites em torno de uma referência numa estratégia de controle em malha fechada e o efeito *Stribeck* para baixas velocidades, este efeito descreve-se como a redução contínua da força de atrito com o aumento de velocidade. (e.g. [Gomes et al., 2003](#)).

3.1 Atrito de LuGre

Este modelo de atrito foi proposto originalmente em (e.g. [Canudas de Wit et al, 1995](#)), tratando-se de uma extensão do Modelo de Dahl. A equação neste modelo é definida na forma:

$$\frac{dz}{dt} = v_r - \frac{\tau_0 |v_r|}{g(v_r)} z \quad (4)$$

onde τ_0 é equivalente à constante elástica atuante no pré-deslizamento do modelo de Dahl, sendo v_r a velocidade relativa entre dois corpos, $g(v_r)$ uma função que foi introduzida para representar o efeito Stribeck no modelo Lugre e z uma variável que modela a deflexão média das hastes. A função $g(v_r)$ é dada por:

$$g(v_r) = f_c + (f_s - f_c) e^{-\left(\frac{|v_r|}{v_s}\right)^\delta} \quad (5)$$

onde f_c é o coeficiente do atrito seco, f_s é o coeficiente do atrito estático, v_s é a velocidade Stribeck e δ um parâmetro que altera a forma da passagem do atrito estático para o seco

Além do efeito *Stribeck* (diminuição do atrito com o aumento da velocidade no início do movimento), a nova modelagem inclui o atrito viscoso, além de observar a existência do contato através de hastes elásticas e fenômeno de pré-deslizamento

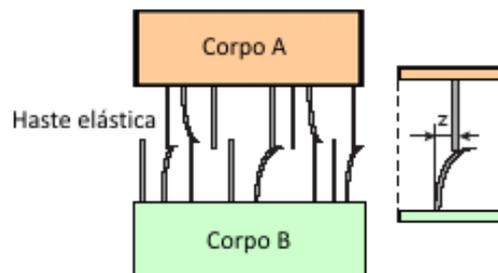


Figura 3: Comportamento elástico do modelo Lugre

O fenômeno elástico relata que, sob o ponto de vista microscópico, dois corpos rígidos fazem contato por meio de hastes elásticas. Tais hastes são opostas umas às outras e exercem no movimento forças de atrito proporcionais às suas tensões.

Então, o atrito, no modelo Lugre, fica definido na forma:

$$F_a = \tau_0 z + \tau_1 \frac{dz}{dt} + \tau_2 v_r \quad (6)$$

Percebe-se, na equação, que foram acrescentados um termo de amortecimento no movimento pré-deslizamento, cujo coeficiente é o parâmetro τ_1 , bem como um termo viscoso, cujo coeficiente é τ_2 . Em síntese, o modelo Lugre é o modelo de Dahl modificado, no qual acresceram-se o efeito de Stribeck e o atrito viscoso. É importante ressaltar que há uma

dificuldade naturalmente imposta na identificação dos parâmetros τ_0, τ_1 e δ , principalmente, sendo que a maioria dos trabalhos que utilizam este modelo não deixa muito claro como é que estes parâmetros foram identificados.

3.2 Atrito de Gomes

O modelo Gomes, proposto em (Gomes, 1995) se diferencia dos modelos clássicos em razão de sua representação do atrito. Pelo menos neste último modelo, o atrito não é representado nas equações diferenciais como um torque externo, mas como parte integrante da dinâmica própria do sistema.

Uma das principais contribuições do modelo Gomes é a representação do fenômeno stick-slip (e.g. Gomes et al., 2003), um comportamento não-linear comum em atuadores robóticos operando em baixas velocidades. Stick-slip significa um efeito , (prende-desliza), na qual a velocidade rotor vai a zero quando o torque resultante da articulação é inferior ao atrito estático, permanecendo assim até o momento em que o torque sai da zona morta e faz com que a velocidade atinja um certo limite, a partir do qual ocorrerá o deslizamento.

O estudo do modelo Gomes começa com a obtenção da curva característica estática do atrito. Diversos torques foram aplicados ao rotor do atuador com o objetivo de medir a velocidade após o regime estacionário. Na análise, o torque de atrito é igual ao torque motor aplicado para cada velocidade estacionária, já que não existem outros torques externos além do motor. A Figura 4 mostra o gráfico que representa o torque motor em função dos pontos de velocidade nos dois sentidos de rotação.

Essa é outra característica do modelo Gomes: representar o atrito em dois sentidos diferentes de rotação do atuador, horário ou positivo e anti-horário ou negativo (e.g. Gomes et al., 2006). Para interpolar os pontos em cada um dos sentidos, foram utilizados dois polinômios considerando que o índice i pode ser para velocidade positiva (p) ou negativa (n). A equação do torque de atrito, para cada sentido de rotação, fica assim definida:

$$T_{at} = f_i + f_{vi}\dot{\theta} + c_i\dot{\theta}^2 \quad (7)$$

onde, f_i é o coeficiente de atrito seco (velocidade positiva ou negativa), f_{vi} é o coeficiente de atrito viscoso (velocidade positiva ou negativa) e c_i é o coeficiente de atrito (velocidade positiva ou negativa).

Os parâmetros identificados definidos para o modelo Gomes podem ser visualizados na Tabela 2:

f_{cp} (atrito seco positivo)	0.1661 Nm
f_{cn} (atrito seco negativo)	- 0.1693 Nm
f_{vp} (atrito viscoso positivo)	0.1999 Nm/rd/s
f_{vn} (atrito viscoso negativo)	0.2093 Nm/rd/s
c_p (coeficiente de atrito positivo)	- 0.0268 Nm/rd ² /s ²
c_n (coeficiente de atrito negativo)	0.0292 Nm/rd ² /s ²

Tabela 2. Parâmetros identificados a partir da curva estática para o modelo Gomes

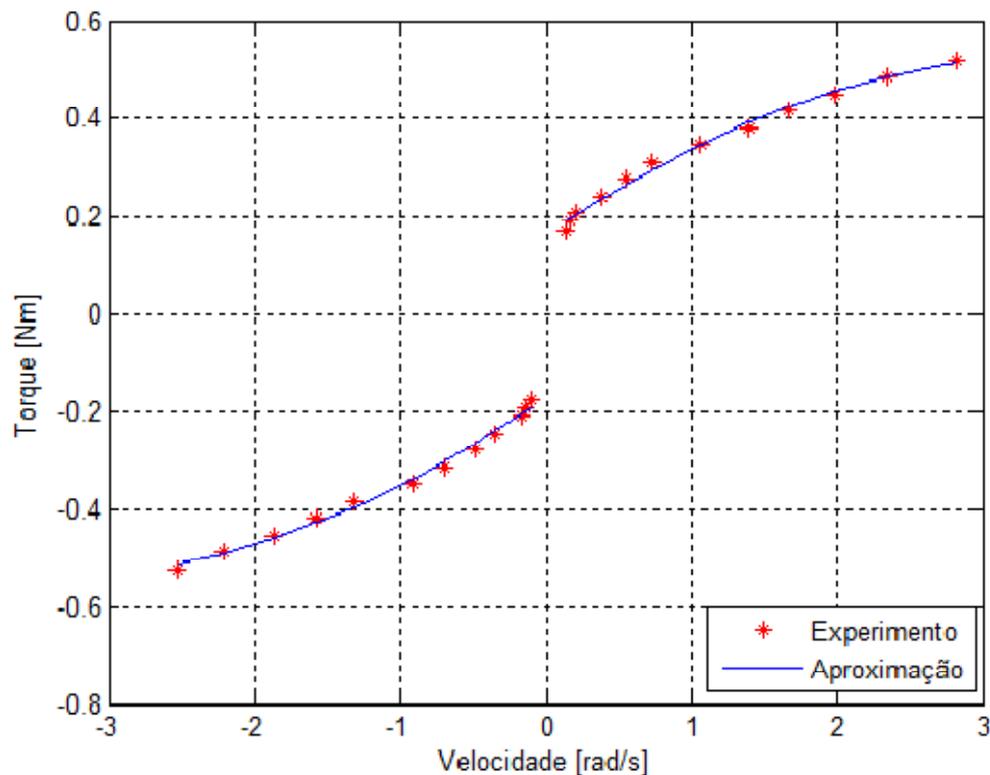
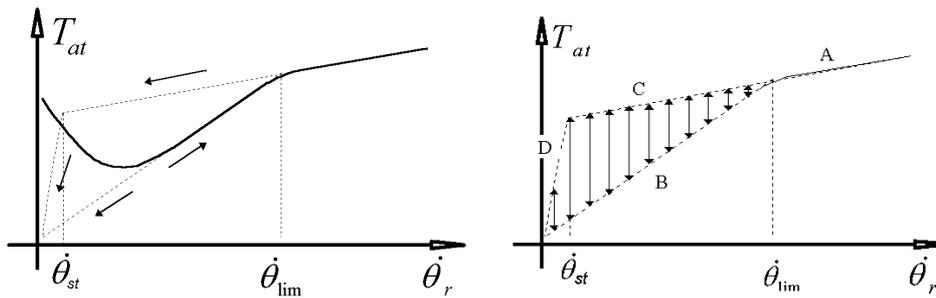


Figura 4: Curva Estática do Torque Motor em função da Velocidade

A equação do torque de atrito, sob a forma de atrito viscoso variável, é escrita da seguinte forma, considerando f_v^* como o coeficiente de atrito viscoso variável e $\dot{\theta}$ como a velocidade rotor:

$$T_{at} = f_v^* \dot{\theta} \quad (8)$$

Para formular o algoritmo que determina o coeficiente de atrito viscoso variável, segundo (e.g Gomes et al., 2006) existe uma velocidade limite $\dot{\theta}_{lim}$ a partir da qual o fenômeno *stick-slip* deixa de ocorrer no momento em que se atinge esta velocidade. *Stick* representa o “movimento preso” e ocorre quando o torque resultante é menor do que o atrito seco e quando a velocidade rotor $\dot{\theta}$ é menor do que a velocidade limite $\dot{\theta}_{lim}$. A Figura 5 representa os efeitos *stick* e *slip*. Nas trajetórias C e D da figura ocorre o efeito *stick*, onde a velocidade vai a zero e só sai do repouso a partir do momento em que o torque passa a ser maior do que o atrito seco por aproximação, ou estático. Neste instante, o efeito *stirbeck* faz com que a trajetória *slip*, ou seja, de deslize, representada na figura pela trajetória B, seja menos amortecida do que a trajetória *stick*. É importante observar que existem transições verticais da trajetória B para C ou D quando um modo *slip* se transforma em *stick* e transições de C ou D para B quando a transformação é contrária. Tais transições verticais podem acontecer até o momento em que se configura uma velocidade absolutamente nula.

Figura 5: Trajetórias de atrito representando o efeito *stick-slip*

O algoritmo proposto em (e.g. Gomes et al., 2006) objetivando a obtenção do coeficiente de atrito viscoso para representar o fenômeno *stick-slip* em uma região de baixas velocidades é o seguinte:

```

if  $|\dot{\theta}| \geq \dot{\theta}_{lim}$  then
     $f_v^* = \frac{f_i + c_i \dot{\theta}^2}{\dot{\theta}} + f_{vi}$ ; {Fora da região stick-slip(A)}
else
    if  $|T_{res} > f_s^*|$  then
         $f_v^* = \frac{f_i + c_i \dot{\theta}_{lim}^2}{\dot{\theta}_{lim}} + f_{vi}$ ; {Trajetória slip(B)}
    else
         $f_v^* = \frac{f_i + c_i \dot{\theta}^2}{\dot{\theta}} + f_{vi}$ ; {Trajetória stick(C)}
        if  $f_v^* > f_{lim}$  then
             $f_v^* = f_{lim}$ ; {Trajetória stick final(D)}
        end;
    end;
end;

```

Figura 6: Algoritmo de Gomes

No algoritmo existe uma componente f_{lim} que é o maior valor que pode assumir o coeficiente de atrito viscoso variável para que os modos *stick-slip* existam, o que acontece na trajetória D da Figura 5, ou seja, na trajetória *stick* final antes da velocidade zero. A componente pode ser calculada na Eq. (9):

$$f_{lim} = \left| \frac{f_i + c_i \dot{\theta}_{st}^2}{\dot{\theta}_{st}} \right| + f_{vi} \quad (9)$$

onde $\dot{\theta}_{st}$ é a menor velocidade fisicamente possível.

Ainda sobre a (Eq. (9)), $\dot{\theta}_{st}$ é a menor velocidade fisicamente possível, sendo que abaixo deste valor existem apenas deslocamentos micro-elásticos entre os materiais em contato, o que configura a fase de pré-deslizamento (Casanova, 2007). Na equação, $\dot{\theta}_{st}$ é representada por 2,5% da menor velocidade estacionária possível em malha aberta. Isto é possível de ser calculado multiplicando-se a velocidade limite por uma variável γ que representa a

porcentagem ($\gamma = 0.025$). Assim, $\dot{\theta}_{st}$ é calculado como sendo $\dot{\theta}_{st} = \gamma \dot{\theta}_{lim}$.

Outra componente existente no algoritmo é T_{res} , que representa o torque resultante da articulação do atuador. O torque pode ser avaliado a partir de uma nova, Eq. (10):

$$T_{res} = T_m - T_l \quad (10)$$

A Eq. (10) apresenta uma componente T_l que representa o torque da carga acoplada à saída do redutor. T_l , na verdade, pode conter diferentes valores dependendo do modelo dinâmico do atuador utilizado. Caso não exista contato da carga com obstáculos ou outros torques de carga, T_l é nulo. Neste caso, a equação seria simplificada em $T_{res} = T_m$.

Conforme a equação do atuador com aproximação rígida, apresentado na Eq. (1), a dinâmica pode ser posta em forma matricial (e.g. Gomes et al., 2003) e o modelo de Gomes fica representado pela Eq. (11).

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \frac{-f_v^*(\dot{\theta}, T_m)}{I} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{1}{I} \end{pmatrix} T_m = \dot{\vec{x}} = \mathbf{A}(\vec{x})\vec{x} + \mathbf{B}T_m \quad (11)$$

A referida equação diferencial será integrada com a função ode45 do Matlab, utilizando um passo de integração 0,005 s.

4 SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAL EM MALHA ABERTA

Nesta seção são apresentadas as simulações para cada um dos tipos de modelo de atrito estudados. As simulações foram realizadas com software interativo de alto desempenho MATLAB. Os gráficos de simulações de cada modelo são comparados através de testes experimentais que visam à validação dos modelos propostos e a comparação de precisão de cada modelo de atrito. Os resultados aqui apresentados foram realizados em malha aberta. É importante observar que todas as simulações foram feitas sob as mesmas condições do experimento. Um sinal senoidal PWM (Pulse-Width-Modulation) é aplicado ao motor com uma frequência de 0.5 Hertz e largura de pulso de 20. O sinal PWM é então convertido em um sinal de corrente, produzindo um torque no motor do atuador. O motor utilizado para a geração de torque aplica um torque máximo de 1.74 Nm. Foi aplicado para todos os modelos de atrito este mesmo torque motor experimental.

A Tabela 3 apresenta as constantes utilizadas em todos os modelos estudados.

I_r	0.01334 kgm ²
I_s	0.0173 kgm ²
n	100
I	$I_r + \left(\frac{I_s}{n^2}\right)$

Tabela 3: Constantes gerais para as simulações dos modelos de atrito

4.1 Simulação e experimento do atrito de Lugre

A Figura 7 apresenta um resultado com o modelo Lugre, o qual possibilitou uma significativa contribuição na modelagem do atrito em atuadores. O modelo considera a inclusão do efeito Stribeck, além de observar a existência do fenômeno de pré-deslizamento e contato através de hastes elásticas.

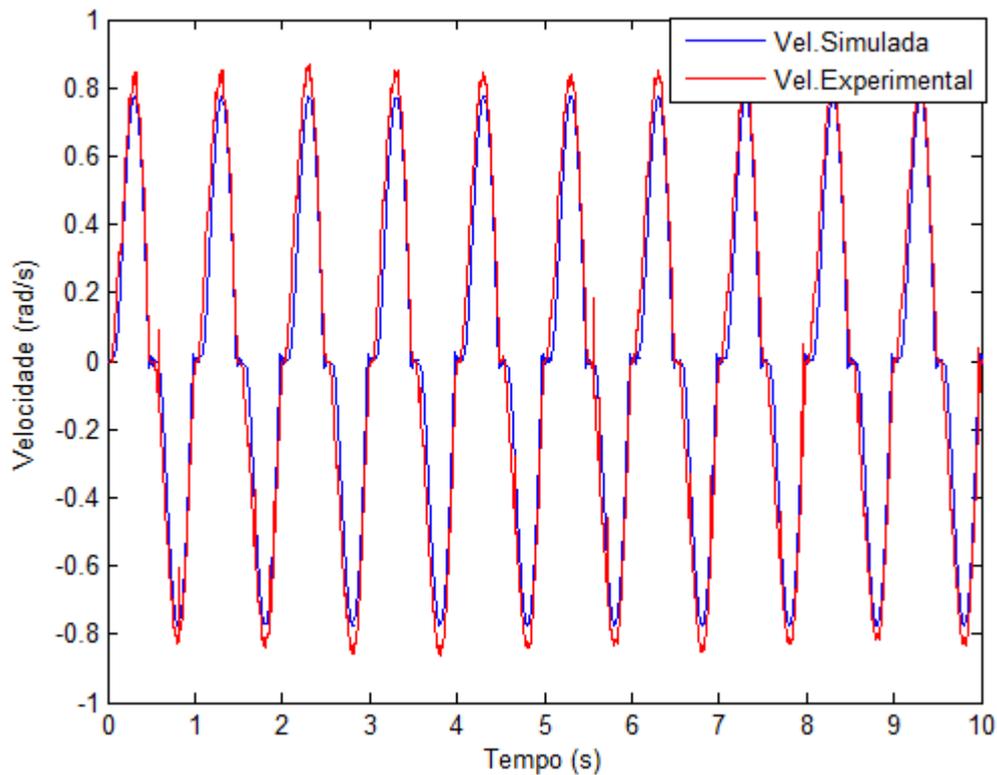


Figura 7: Gráfico da Velocidade Experimental comparada com a Velocidade obtida com o modelo de Lugre

Sob o ponto de vista de desempenho, o modelo Lugre, por considerar uma série de efeitos do atrito, apresenta um resultado muito próximo da realidade. No gráfico apresentado, a trajetória da velocidade simulada com o modelo (linha vermelha) é bastante aproximada da trajetória experimental (linha verde). Em razão disso, é um modelo citado e utilizado em diversas teses e experimentos. No entanto, o modelo, assim como os anteriores, desconsidera a aplicação do torque motor nos dois sentidos de rotação. O desempenho, portanto, é satisfatório no sentido positivo, mas no negativo há diferenças significativas nas trajetórias.

A Tabela 4 apresenta as constantes utilizadas no trabalho para a simulação do modelo Lugre.

<i>Taxa de Atrito</i>	0.93
γ (porcentagem)	0.025
α (curva)	-5
τ_0 (coeficiente de rigidez)	1500
τ_1 (termo de amortecimento)	0.01

$\dot{\theta}_{lim}$ (velocidade limite)	0.17 rd/s
f_{cp} (atrito seco positivo)	0.1661 Nm
f_{cn} (atrito seco negativo)	-0.1693 Nm
f_c (atrito seco)	$(f_{cp} - f_{cn})/2$
f_s (atrito estático)	Taxa de Atrito* $(f_{cp} - f_{cn}) / 2 = 0.156$
f_v (atrito viscoso)	0.2046 Nm/rd/s
$\dot{\theta}_{st}$ (velocidade Stribeck)	$\gamma * \dot{\theta}_{lim}$

Tabela 4: Constantes utilizadas para a simulação do modelo de Lugre

A Figura 8 traz um zoom e mostra com maiores detalhes.

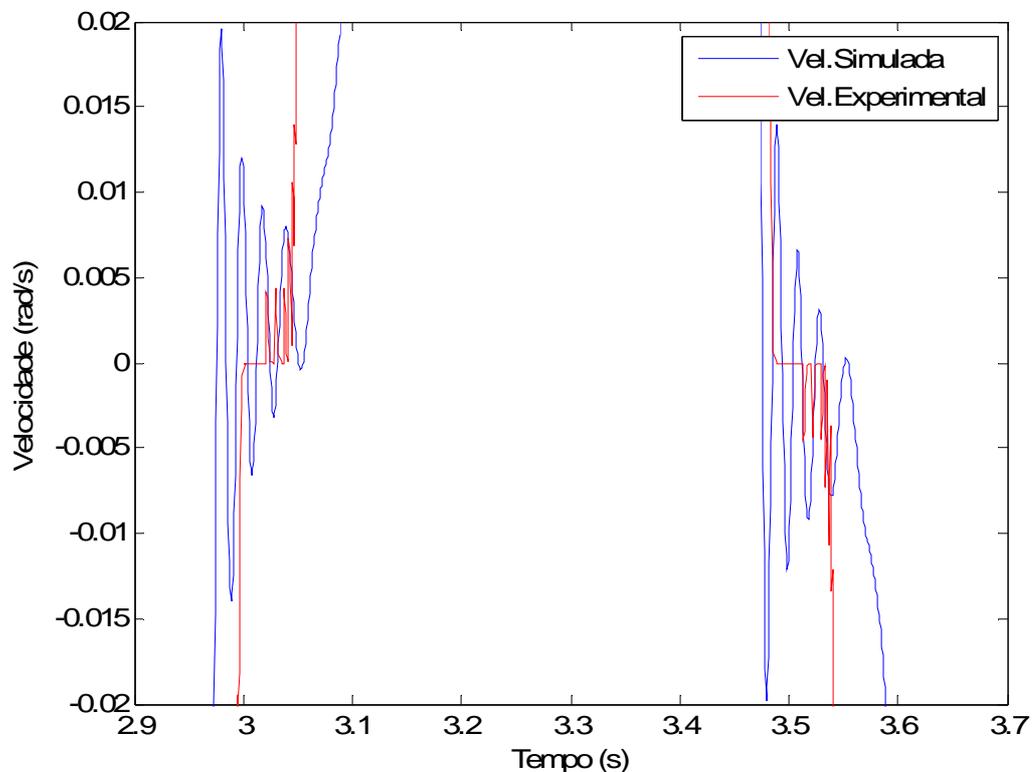


Figura 8: Zoom do modelo de Lugre

4.2 Simulação e experimento do atrito de Gomes

A Figura 9 apresenta o modelo de atrito intitulado como Gomes. Uma das principais contribuições deste modelo é a ótima representação do fenômeno stick-slip, comum em atuadores operando em baixas velocidades. Além disso, considera o atrito em dois sentidos diferentes de rotação, horário (positivo) e anti-horário (negativo). Estas características conferem ao modelo Gomes o melhor desempenho em malha aberta entre todos os modelos estudados no trabalho. É importante ressaltar que outros modelos de atrito foram estudados (Coulomb e Dahl), mas são omitidos do presente trabalho, pois não apresentam todos os fenômenos anteriormente citados. A trajetória de velocidade simulada (linha vermelha) é

visualmente muito próxima da trajetória experimental (linha verde) em ambos os sentidos de rotação. Sendo assim, o atrito de Gomes pode ser considerado o modelo mais fiel à realidade.

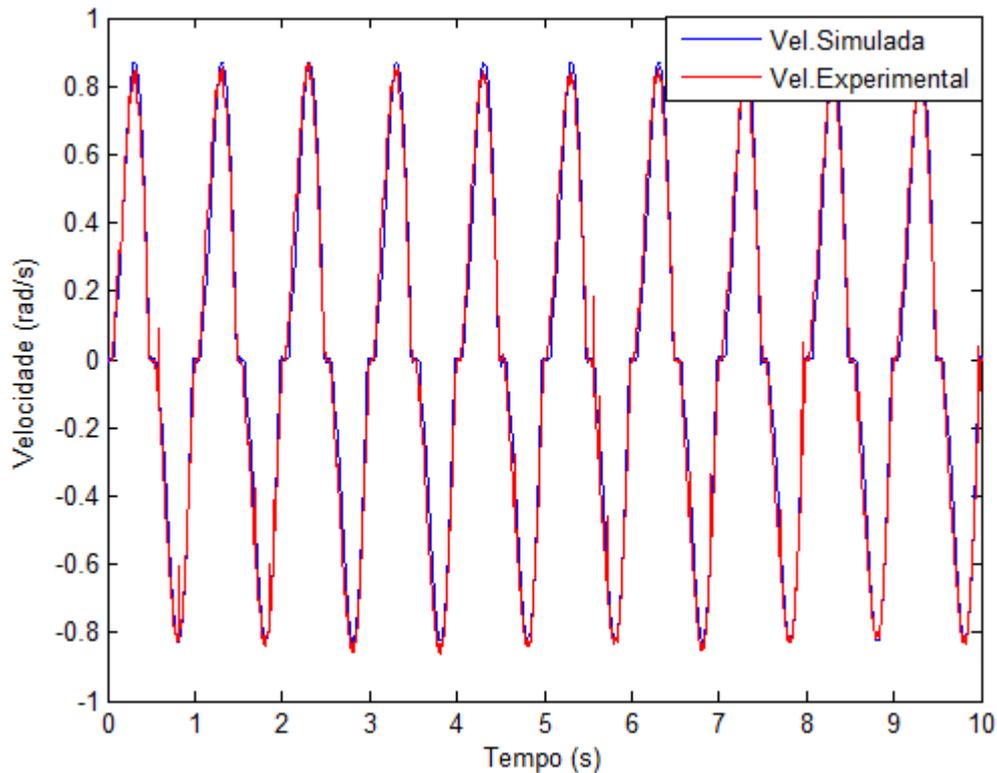


Figura 9: Gráfico da Velocidade Experimental comparada com a Velocidade obtida com o modelo de Gomes

A Tabela 5 apresenta as constantes utilizadas no trabalho para a simulação do modelo de atrito Gomes.

<i>Taxa de Atrito</i>	0.93
f_{cp} (atrito seco positivo)	0.1661 Nm
f_{cn} (atrito seco negativo)	-0.1693 Nm
f_{vp} (atrito viscoso positivo)	0.1999 Nm/rd/s
f_{vn} (atrito viscoso negativo)	0.2093 Nm/rd/s
c_p (coeficiente de atrito positivo)	-0.0268 Nm/rd ² /s ²
c_n (coeficiente de atrito negativo)	0.0292 Nm/rd ² /s ²
γ (porcentagem)	0.0275
$\dot{\theta}_{lim}$ (velocidade limite)	0.17 rd/s
$\dot{\theta}_{st}$ (velocidade <i>Stribeck</i>)	$\gamma * \dot{\theta}_{lim}$

Tabela 5: Constantes utilizadas para a simulação do modelo de atrito de Gomes

A Figura 10 fornece um zoom do modelo de Gomes para mostrar o efeito stick slip.

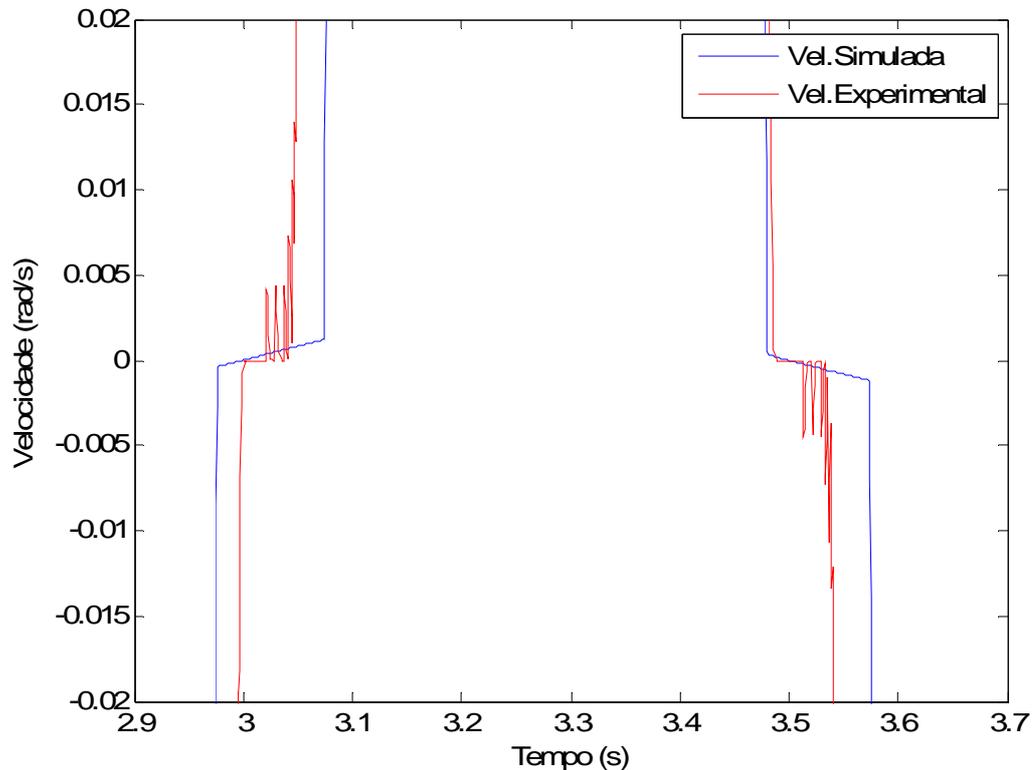


Figura 10: Aproximação para mostrar o efeito stick slip no modelo de Gomes

4.3 Comparação dos modelos de atrito citados

Diversos modelos de atrito encontrados na literatura procuram expor os fenômenos citados anteriormente, mas nesses casos os modelos são difíceis de serem colocados em prática, devido ao fato da identificação dos parâmetros utilizados nos modelos serem feitas de forma nebulosa, ou seja, não apresentam os procedimentos necessários para se encontrar os parâmetros envolvidos.

O modelo de Gomes se difere dos modelos clássicos pelo fato do atrito ser representado diretamente na dinâmica interna do sistema e por ter uma fácil identificação de parâmetros, o que torna sua implementação mais simples que os demais modelos. Resultados de simulações em malha aberta com o modelo Gomes mostraram-se muito próximos a experimentos realizados sob as mesmas condições.

Devido a esses motivos optou-se pela utilização do modelo de Gomes na aplicação das leis de controle.

5 CONTROLE PID

Neste tipo de ação de controle combinam-se as ações proporcional, integral e derivativa para gerar um só sinal de controle. O objetivo é aproveitar as características de cada ação para melhorar o comportamento transitório do sistema. O sinal de controle gerado possui a forma:

$$T_m(t) = k_p e(t) + k_d \frac{de(t)}{dt} + k_i \int_0^t e(t) dt \quad (12)$$

onde k_p é o ganho proporcional, k_d é o ganho derivativo, k_i é o ganho integral e $e(t)$ é o erro em posição, definido como sendo a posição de referência menos a de saída do atuador.

Portanto, neste tipo de ação de controle, o efeito desestabilizador do controle PI é diminuído pela ação derivativa que tende a ampliar a estabilidade do sistema tornando-o mais amortecido (e.g. Franklin et al., 1994).

6 SLIDING MODE

Esta sessão traz o desenvolvimento do controle não linear a modos deslizantes (Slotine, 1991).

Inicialmente considera-se o sistema na forma de estado. Assim, a idéia principal é projetar o controle de modo que todas as trajetórias do sistema converjam para a superfície de controle e nela permaneçam indefinidamente. Na superfície definida, as trajetórias descritas pelo vetor de estado deslizam assintoticamente para os valores desejados (*set points* ou valores de referência), justificando assim o nome de modo de deslizamento. A Figura 11 traz uma ilustração gráfica da atuação do controle, na tentativa de conduzir o estado para a referência ou estado desejado.

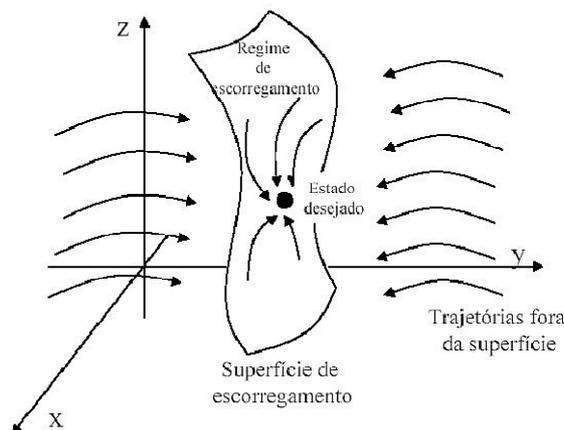


Figura 11: Trajetórias convergindo para superfície de deslizamento.

Considerando-se uma única entrada, o sistema pode ser posto na seguinte forma de estado:

$$\dot{x}^n = f(X) + b(X)u \quad (13)$$

onde o vetor X é o vetor de estados do sistema $X = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{n-1}]^T$, x é a saída de interesse, u é a entrada de controle e as funções genéricas $f(X)$, $b(X)$ são conhecidas, mas com uma faixa de incertezas em relação aos seus parâmetros.

Sendo X_d a referência desejada para os estados, o erro na trajetória é dado por

$$\tilde{X} = X_d - X \quad (14)$$

Portanto o projeto deve ser feito para que os estados X sigam X_d .

6.1 Superfície simples:

Definindo-se $\tilde{x} = x_d - x$ (erro em posição), a superfície de deslizamento simples $s(X, t)$ no espaço R^n é definida a partir da seguinte equação:

$$s(X, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} \quad (15)$$

Para $n = 2$, por exemplo:

$$s = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (16)$$

sendo λ uma constante positiva. Derivando-se Eq. (16) apenas uma vez aparece o termo x^n , o qual é substituído na Eq. (13), possibilitando determinar a entrada u (sinal de controle).

Considera-se um sistema de segunda ordem dado por:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + u(t) \quad (17)$$

A superfície é definida por $s(X, t) = 0$, obtida em Eq. (15) com $n=2$. Derivando-se Eq. (16) em relação ao tempo e após substituindo-se em Eq. (17) tem-se:

$$\dot{s} = \ddot{x}_d - \ddot{x} + \lambda \dot{\tilde{x}} = -f - u + \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} = 0 \quad (18)$$

Na ausência de erros de modelagem e de perturbações o controle teria a forma:

$$\hat{u} = -\hat{f} + \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (19)$$

onde \hat{f} e \hat{u} são estimativas de f e u respectivamente. Para se lidar com essas incertezas do modelo, acrescenta-se um termo descontínuo, que é função do sinal da superfície s :

$$u = \hat{u} + k(x, \dot{x}, t) \text{ sinal}(s) \quad (20)$$

onde k representa o ganho do termo chaveado:

$$\text{sinal}(s) = \begin{cases} 1, & \text{se } s > 0; \\ 0, & \text{se } s = 0; \\ -1, & \text{se } s < 0. \end{cases} \quad (21)$$

Define-se uma “camada limite” de largura ϕ da superfície s , para suavizar a função sinal Eq. (21) e evitar assim o fenômeno de *chattering*, o qual corresponde a oscilações ou transições do sinal do controle em torno do valor zero. Assim, utiliza-se:

$$u = \hat{u} + k(x, \dot{x}, t) \text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) \quad (22)$$

Onde:

$$\text{sat}(s/\phi) \begin{cases} \text{sinal}(s), \text{ se } \left| \frac{s}{\phi} \right| > 1; \\ \frac{s}{\phi}, \text{ se } \left| \frac{s}{\phi} \right| \leq 1; \end{cases} \quad (23)$$

Aplicando-se o modelo do atuador Eq. (1) em Eq. (18) e Eq. (19) e adotando-se :

$$\dot{\hat{x}} = \ddot{\theta}, \quad \ddot{\hat{x}} = \ddot{\theta}, \quad \ddot{\hat{x}}_d = \ddot{\theta}_d, \quad u = T_m \quad (24)$$

$$\hat{u} = \hat{T}_m \text{ e } f = -c\dot{\theta} \quad (25)$$

obtém-se duas equações, para \dot{s} e \hat{T}_m , respectivamente:

$$\dot{s} = \ddot{\theta}_d + \frac{c}{I}\dot{\theta} - \left(\frac{1}{I}\right)T_m + \lambda\ddot{\theta} \quad (26)$$

$$\hat{T}_m = I\ddot{\theta}_d + c\dot{\theta} + I\lambda\ddot{\theta} \quad (27)$$

6.2 Superfície Integral:

Para a superfície integral, o raciocínio é o mesmo, mas a superfície $s(t)$ assume a seguinte forma:

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \left(\int_0^t \tilde{x} dr\right) \quad (28)$$

Para $n=3$, por exemplo:

$$s = \dot{\tilde{x}} + 2\lambda\tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t \tilde{x} dr \quad (29)$$

Derivando-se Eq. (29) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\dot{s} = \ddot{\tilde{x}} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2\tilde{x} \quad (30)$$

sendo que, neste caso, a função do controle estimado assume a forma:

$$\hat{u} = -\hat{f} + \ddot{x}_d + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2\tilde{x} \quad (31)$$

Por fim, aplica-se a Eq. (1) nas equações Eq. (30) e Eq. (31), usam-se as relações Eq. (24) e Eq. (25) e obtém-se o controle estimado e a superfície integral do modelo:

$$\dot{s} = \ddot{\theta}_d + \frac{c}{I}\dot{\theta} - \left(\frac{1}{I}\right)T_m + 2\lambda\dot{\tilde{\theta}}T_m + \lambda^2\tilde{\theta} \quad (32)$$

$$\hat{T}_m = I\ddot{\theta}_d + c\dot{\theta} + 2I\lambda\dot{\tilde{\theta}} + I\lambda^2\tilde{\theta} \quad (33)$$

7 SIMULAÇÕES

A seguir, são apresentadas simulações que ilustram o comportamento do atuador robótico do tipo harmonic-drive com a aproximação rígida de 1 grau de liberdade, considerando a dinâmica não linear do modelo. Os controles aplicados no modelo foram, EVS-NL (estrutura variável com superfície simples e atrito não-linear), EVI-NL (estrutura variável com superfície integral e atrito não linear) e PID-NL (proporcional, integral e derivativo com atrito não linear). A trajetória a ser seguida foi gerada adotando-se um perfil de velocidade trapezoidal, com posição inicial de 0 rd , posição final igual a $\pi/2 \text{ rd}$ e passo de discretização de $0.005s$. O objetivo da trajetória era chegar até a posição final em 3 segundos e lá manter-se por mais um segundo. Nos gráficos tem-se a referida trajetória de referência em vermelho, enquanto que a posição angular de saída está em azul. Das janelas gráficas a seguir (Figuras 12, 13, 14), o gráfico superior esquerdo mostra a posição angular, o superior direito a velocidade angular, o inferior esquerdo o erro em posição e o inferior direito o torque motor de controle. É importante ressaltar que os projetos de controle foram realizados considerando-se o modelo nominal igual à planta física, ou seja, considerou-se a dinâmica com o atrito linear (proporcional à velocidade). Simulações com as leis de controle sobre o modelo nominal não mostraram diferenças significativas entre elas, ou seja, as leis de controle têm desempenhos aproximadamente iguais quando se considera o modelo nominal linear e, por esta razão, foram omitidas no presente artigo. As simulações mostradas a seguir foram realizadas considerando-se o atrito não linear do atuador e, portanto, procuram ressaltar qual lei de controle consegue manter o bom desempenho, mesmo em presença de dinâmicas não modeladas (não consideradas no modelo nominal). Nas simulações adotadas, o erro de posição e sua derivada em relação ao tempo são facilmente determinados, pois todo o estado do sistema é suposto conhecido. A integral do erro é determinada pelo processo proposto por (e.g. Gomes et al.,1998), o qual utiliza uma “janela de esquecimento”. Trata-se da consideração de um número fixo de valores de erros para comporem o somatório que substitui a integral na implementação prática da lei de controle, na forma do primeiro que entra corresponde ao último que sai.

7.1 Simulação 1:

Observa-se que no sistema de controle EVS-NL, Figura 12, houve uma perda razoável de

desempenho no seguimento da trajetória de referência, gerando um erro de estado estacionário bem significativo. O torque motor de controle teve um aumento aproximado de 72% (com relação à simulação com o modelo nominal linear) em razão da lei de controle tentar superar as não linearidades do modelo. Ressalta-se que em nenhum momento houve saturação do controle. Observa-se ainda que o erro de estado estacionário presente deve-se especificamente às não linearidades da dinâmica, devidas ao atrito interno do atuador.

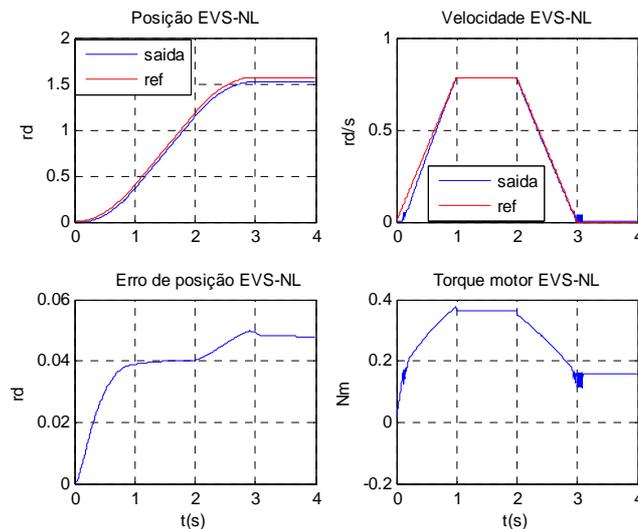


Figura 12: Simulação do controle a estrutura variável com superfície simples e atrito não-linear.

7.2 Simulação 2

A simulação do controle com EVI-NL é mostrada na Figura 13. Esse controle obteve resultado muito bom no seguimento da trajetória de referência, evidenciando um desempenho muito próximo do obtido com a simulação sobre a dinâmica linear. Houve também um acréscimo do torque motor de controle (com relação ao caso linear), mas este não chegou ao limite da saturação.

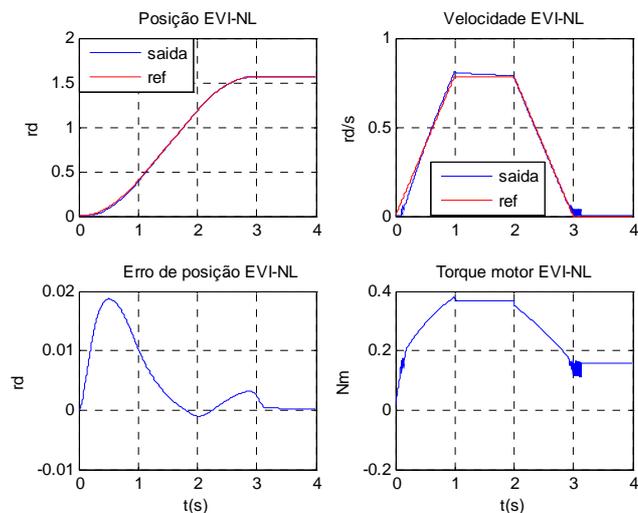


Figura 13: Simulação do controle a estrutura variável com superfície integral e atrito não-linear.

7.3 Simulação 3

Percebe-se, na simulação com o sistema de controle (PID-NL) mostrado na Figura 14, também um ótimo desempenho, bastante semelhante ao caso anterior.

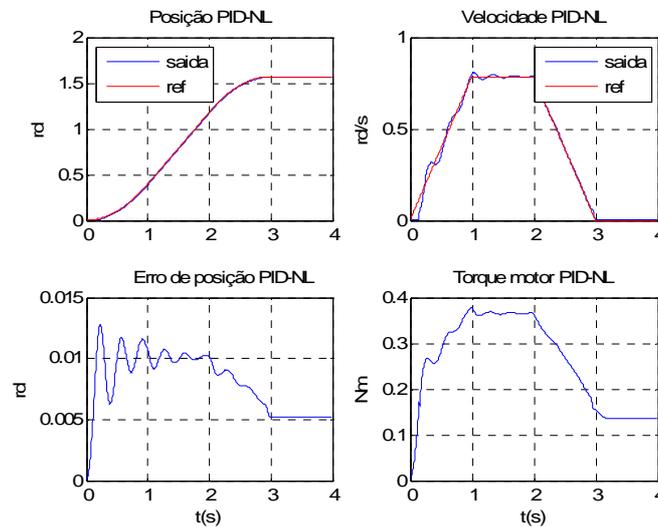


Figura 14: Gráficos do controle PID com atrito não-linear.

8 CONCLUSÕES

Este trabalho abordou o problema do controle de atuadores robóticos do tipo *harmonic-drive*, considerando o atrito não-linear e avaliando o desempenho de controladores a estrutura variável (modos deslizantes) em comparação ao controle clássico PID.

Foram desenvolvidos dois tipos de controle que utilizam modos deslizantes: um com superfície simples e outro com superfície integral. Em ambos os casos o objetivo foi o de efetuar o controle em posição do atuador robótico.

Os resultados das simulações desenvolvidas na seção cinco mostraram que tanto o controle com superfície integral quanto o controle proporcional, integral e derivativo tiveram resultados muito próximos e ambos se mostraram robustos às diferenças entre modelo nominal e planta. Verificou-se ainda que o controle com superfície simples obteve resultados inferiores aos obtidos com os demais sistemas de controle.

Na realidade, fazer comparações entre diferentes técnicas de controle empregadas na solução de um problema é sempre uma tarefa difícil, principalmente em razão da forte dependência dos resultados com relação ao projeto dos ganhos destas diferentes leis de controle. Entretanto, foram feitos diversos projetos de ganhos a fim de se aumentar o desempenho sem a perda de estabilidade, chegando-se finalmente aos projetos testados no presente artigo. Constatou-se uma maior facilidade com o PID, ou seja, pode-se mais facilmente determinar um conjunto de ganhos que amplie o desempenho mantendo respostas estáveis.

Trabalhos futuros incluem a simulação com variação paramétrica e a validação experimental da estratégia de controle a estrutura variável, a fim de se avaliar o desempenho e a estabilidade deste tipo de controle.

9 REFERÊNCIAS

- Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K. and Lischinsky, P. , A new model for control of systems with friction, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, 1995.
- Casanova, C. C., Modelagem e compensação de atrito em robôs manipuladores com flexibilidades nas juntas: identificação, análise e resultados experimentais. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Santa Catarina – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Florianópolis, 2007.
- Corrêa, R. L., Gomes, S. C. P. e Gervini, V. I., Um estudo sobre o acoplamento dinâmico entre atuadores e estruturas flexíveis, 2008.
- Emelyanov, S. V., Variable structure control systems, Moscow, Nauka, 1967.
- Franklin, G. E. , Powell, J. D. and Emami-Naeini, A. Feedback control of dynamic systems. Addison-Wesley, 1994.
- Gervini, V. I., Gomes, S. C. P. and Rosa, V. S., A new robotic drive joint friction compensation mechanism using neural networks. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science & Engineering, ABCM, April-June, Vol. XXV, No. 2*, 2003.
- Gomes, S. C. P. Modelagem de atritos internos às articulações de robôs manipuladores. In *XIII COBEM*, CD-ROM, Belo Horizonte, 1995.
- Gomes, S. C. P., Bier, C. C., Estudo sobre trajetórias de controle para robôs manipuladores. In: *XII Congresso Brasileiro de Automática*, 1998, Uberlândia, MG.
- Gomes, S. C. P., Rosa, V. S., A new approach to compensate friction in robotic actuators. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA2003)*, Taipei, Taiwan, 2003.
- Gomes, S. C. P., Rosa, V. S. and Albertini, B. C., Active control to flexible manipulators. *IEEE/ASME, Transactions on Mechatronics*, 11 (1), USA, 2006.
- Lima, J. J. B., Sistema antibloqueio (ABS) para freios eletromecânicos utilizando controle por modos deslizantes, Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, agosto de 2005.
- Sens, R. E., Gomes, S. C. P., Tavares A. M., Controle de um veículo subaquático utilizando estrutura variável, 2006.
- Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1991, 461 p.
- Sunada, M. M., Acionamento de um posicionador linear de ultra-precisão empregando uma redução Harmonic-Drive com controle de velocidade. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2007.
- Utkin, V.I. Sliding Modes and their Application to Variable Systems. MIR Publishers, Moscow, 1978.